<u>Ćwiczenia IX</u> Podstawy fizyki kwantowej

Zadanie 1

Wyznaczyć średnie położenie i średni kwadrat położenia cząstki uwięzionej w potencjale harmonicznym. Cząstka jest w stanie podstawowym. Problem rozwiązać na dwa sposoby. W pierwszym przypadku, średnie położenie i średni kwadrat położenia definiujemy jako

$$\left\langle \hat{x}^n \right\rangle_\varphi \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \varphi^*(x)\, \hat{x}^n \varphi(x), \qquad n = 1,2, ,$$

w drugim

$$\left\langle x^n \right\rangle \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx\, x^n P(x), \qquad n = 1,2,$$

gdzie gęstość prawdopodobieństwa $P(x)$ znalezienia cząstki w punkcie x wynosi

$$P(x) = \left|\varphi(x)\right|^2.$$

Funkcja falowa stanu podstawowego dana jest wzorem

$$\varphi(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}} .$$

Zadanie 2

Wyznaczyć średni pęd i średni kwadrat pędu cząstki uwięzionej w potencjale harmonicznym. Cząstka jest w stanie podstawowym. Problem rozwiązać na dwa sposoby jako

$$\left\langle \hat{p}^n \right\rangle_\varphi \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \varphi^*(x)\, \hat{p}^n \varphi(x), \qquad n = 1,2, ,$$

oraz

$$\left\langle p^n \right\rangle \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi\hbar}\, p^n P(p), \qquad n = 1,2.$$

Gęstość prawdopodobieństwa $P(p)$ znalezienia cząstki o pędzie p wynosi

$$P(p) = \left|\tilde{\varphi}(p)\right|^2,$$

gdzie $\tilde{\varphi}(p)$ jest funkcją falową cząstki w przestrzeni pędu.

Zadanie 3

Obliczyć dyspersję (szerokość rozkładu) położenia i pędu oraz pokazać, że iloczyn tych dyspersji nie zależy od parametrów oscylatora. Przedyskutować wynik.