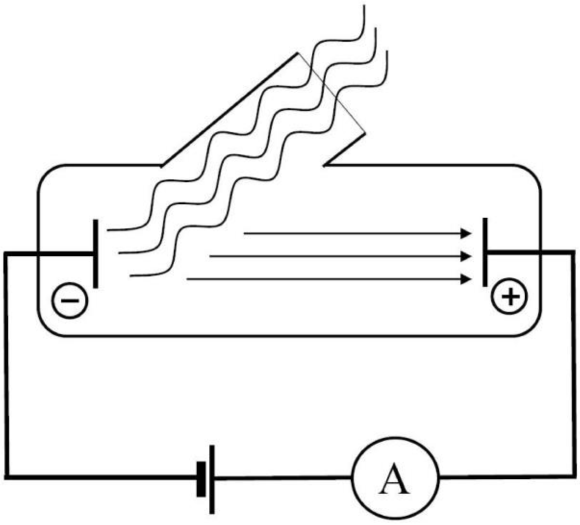
Wykład II Podstawy fizyki kwantowej

Dualizm korpuskularno-falowy II

Poprzedni wykład był poświęcony koncepcji Louis de Broglie'a czyli kwantowym falom materii towarzyszącym klasycznym cząstkom. Teraz zajmiemy się drugim obliczem dualizmu korpuskularno-falowego, to znaczy cząstkowym własnościom klasycznych fal. Omówimy efekt fotoelektryczny i rozpraszanie Comptona, kiedy fale elektromagnetyczne zachowują się jak zbiorowisko kwantów pola elektromagnetycznego, czy też cząstek zwanych *fotonami*.

Efekt fotoelektryczny



Efekt fotoelektryczny odkryty w 1887 roku przez Heinricha Hertza polega na pojawieniu się prądu elektrycznego między dwoma elektrodami pod napięciem (umieszczonymi zwykle w rurze próżniowej), jeśli na katodę skierować (ultrafioletowe) światło o częstotliwości wyższej niż pewna częstotliwość minimalna $\nu_{\min}$, która zależy od metalu, z jakiego wykonana jest katoda. Natężenie prądu jest proporcjonalne do intensywności padającego światła. Schemat układu przedstawia rysunek.

Przepływ prądu wiąże się z przepływem elektronów od katody do anody. Elektron (przewodnictwa) w metalu znajduje się w studni potencjalnej, więc trzeba mu dostarczyć pewnej porcji energii – zwanej *pracą wyjścia* (wynoszącej 2 – 5 eV zależnie od metalu), aby mógł on ten metal opuścić i pod wpływem pola elektrycznego polecieć do anody. Fakt, że prąd fotoelektryczny jest proporcjonalny do intensywności padającego światła jest całkowicie zgodny z klasyczną falową naturą światła – im bowiem intensywniejsze światło, tym więcej energii dostarczamy do katody, tym więcej więc elektrów może ją opuścić. Zupełnie natomiast jest niezrozumiałe pojawienie się prądu dopiero przy świetle o odpowiednio wysokiej częstotliwości. Skoro światło dostarcza energię potrzebną, aby elektron mógł opuścić metal, należałoby się spodziewać, że potrzebna jest pewna minimalna intensywność, nie zaś minimalna częstotliwość światła.

Wykład II cd. Podstawy fizyki kwantowej

Albert Einstein, wzorując się na teorii Maxa Plancka promieniowania ciała doskonale czarnego, przyjął, że fala elektromagnetyczna o częstotliwości ν jest zbiorem cząstek – fotonów, z których każdy niesie energię $h\nu$. Foton oddziałując z elektronem może mu przekazać maksymalnie cała swoją energię. Minimalna więc częstotliwość $\nu_{\min}$, przy której pojawia się prąd foto-elektryczny, odpowiada pracy wyjścia *w* poprzez relację $h\nu_{\min} = w$.

Dla pracy wyjścia *w* = 5 eV, znajdujemy minimalną częstotliwość jako $\nu_{\min} = 1{,}2 \cdot 10^{15}$ Hz. Należy tutaj pamiętać, że $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js zaś $1\,\mathrm{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J. Długość fali o częstotliwości $\nu_{\min} = 1{,}2 \cdot 10^{15}$ Hz wynosi $\lambda_{\max} = c/\nu_{\min}$ $= 2{,}5 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} = 250\ \mathrm{nm}$, gdzie $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s jest prędkością światła. Wyliczona długość fali odpowiada bliskiemu nadfioletowi.

Objaśnienie efektu fotoelektrycznego Einstein przedstawił w 1905 roku, za co otrzymał nagrodę Nobla w roku 1921.

Rozpraszanie Comptona

Arthur H. Compton badał systematycznie rozpraszanie promieni Roentgena w materii począwszy od roku 1917. W toku tych badań stwierdził, że część promieniowania rozproszonego ma zwiększoną długość fali, przy czym zwiększenie to rośnie wraz ze wzrostem kąta rozproszenia. Efekt ten był sprzeczny z klasyczną falową teorią promieniowania, która przewiduje, że fala rozproszona ma tę samą długość co padająca. Po dłuższych deliberacjach Compton doszedł do wniosku, że obserwowane zjawisko jest efektem rozpraszania kwantów promieniowania przez elektrony i ilościowo go opisał. Swoje wyniki ogłosił w roku 1922, opublikował w następnym, a w roku 1927 otrzymał ze te badania nagrodę Nobla.

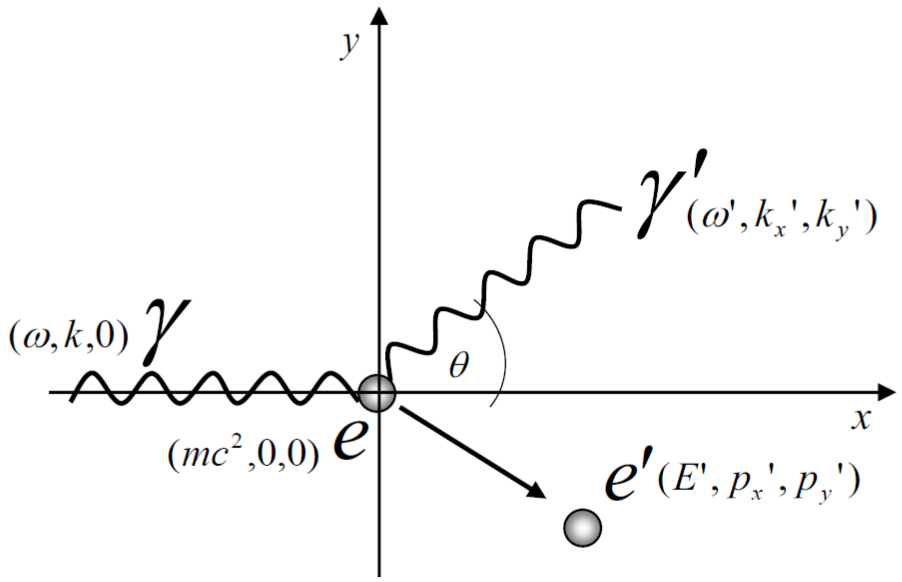
Rozważmy rozpraszanie kwantu gamma – fotonu – na swobodnym elektronie, czyli reakcję

$$\gamma + e \rightarrow \gamma + e.$$

Naszym celem jest wyliczenie zmiany długości fali fotonu. Przyjmujemy, że elektron początkowo spoczywa, więc jego energia wynosi $E = mc^2$. W efekcie oddziaływania z fotonem elektron zyskuje pęd $\mathbf{p}'$, więc jego energia zgodnie z teorią względności równa jest $E' = \sqrt{m^2c^4 + \mathbf{p}'^2 c^2}$. Foton traktujemy jako relatywistyczną cząstkę pozbawioną masy, więc jeśli jego pęd wynosi $\mathbf{k}$, to jego energia równa jest $\omega = ck$, gdzie $k \equiv |\mathbf{k}| = \sqrt{\mathbf{k}^2}$ jest wartością pędu.

Wykład II cd. Podstawy fizyki kwantowej

Proces rozpraszania ilustruje rysunek. Przyjmujemy, że początkowy foton porusza się z pędem *k* wzdłuż osi *x*, a rozpraszanie fotonu zachodzi w płaszczyźnie *x*-*y*, tzn. składowe z wszystkich pędów znikają.



Przyjmujemy też, że foton rozprasza się pod kątem θ, więc składowe pędu rozproszonego fotonu zapisujemy jako $k_x' = k'\cos\theta$, $k_y' = k'\sin\theta$. Jego energia wynosi $\omega' = ck'$.

Tak zatem, energie i dwie składowe pędu cząstek początkowych i końcowych zapisujemy następująco:

- początkowy foton $(\omega, k, 0) = (ck, k, 0)$,
- początkowy elektron $(E, 0, 0) = (mc^2, 0, 0)$,
- końcowy foton $(\omega', k_x', k_y') = (ck', k'\cos\theta, k'\sin\theta)$,
- końcowy elektron $(E', p_x', p_y') = (\sqrt{m^2c^4 + p_x'^2 c^2 + p_y'^2 c^2}, p_x', p_y')$.

W procesie zachowane są, oczywiście, energia i pęd. Zachowanie energii prowadzi do równania

$$ck + mc^2 = ck' + \sqrt{m^2c^4 + p_x'^2 c^2 + p_y'^2 c^2},$$

zaś zachowanie obu składowych pędu daje dalsze dwa równania

$$k = k'\cos\theta + p_x',$$

$$0 = k'\sin\theta + p_y'.$$

Wykład II cd. Podstawy fizyki kwantowej

Wyliczając p_x' p_y' odpowiednio z drugiego i trzeciego równania, a następnie wstawiając te pędy do pierwszego równania, dostajemy następujące równanie

$$ck + mc^2 = ck' + \sqrt{m^2c^4 + (k - k'\cos\theta)^2 c^2 + (k'\sin\theta)^2 c^2},$$

które rozwiązane ze względu na k' daje

$$k' = \frac{kmc}{k - k\cos\theta + mc}.$$

Przeliczając pęd na długość fali z pomocą wzoru $\lambda = \frac{h}{k}$, znajdujemy

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta),$$

co prowadzi do słynnego wzoru na przesuniecie Comptona w funkcji kąta rozproszenia

$$\Delta\lambda \equiv \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta).$$

Widzimy, że dla zerowego kąta rozproszenia $\Delta\lambda = 0$, a gdy kąt rozproszenia rośnie, wzrasta też przesuniecie Comptona osiągając, maksymalną wartość $\Delta\lambda = \frac{2h}{mc}$, gdy kąt $\theta = \pi$. Zależność ta jest zgodna z wynikami doświadczalnymi.

Nieco zaskakującą cechą formuły na przesuniecie Comptona jest brak zależności tego przesunięcia od początkowej długości fali λ. Sprawia to, że względne przesuniecie, tj. $\Delta\lambda/\lambda$, którego wielkość określa faktyczną możliwość pomiaru, maleje ze wzrostem λ. W klasycznym rozpraszaniu Thomsona więc, z którym mamy do czynienia, gdy $\omega << m$, nie obserwujemy zmiany długości fali, bo $\Delta\lambda/\lambda << 1$. Przesuniecie Comptona jest natomiast stosunkowo łatwe do zauważenia dla promieniowania rentgenowskiego i krótszego, kiedy $\Delta\lambda/\lambda \sim 1$ tzn. kiedy przesunięcie fali jest porównywalne z długością fali.