

UNIwersytet JANA KOCHANOWSKIEGO
W KIELCACH

Wydział Nauk Ścisłych i Przyrodniczych
Kierunek: Fizyka

KINGA MACIEJSKA
Numer albumu: 120530

Praca magisterska

WŁASNOŚCI
NIEEKSPONENCJALNEGO ROZPADU

Promotor pracy:
dr hab. prof. UJK Francesco Giacosa

Praca przyjęta pod względem
merytorycznym i formalnym
w formie papierowej i elektronicznej

.....
/data i podpis promotora/

KIELCE 2019

*Składam serdeczne podziękowania
Panu dr hab. prof UJK Francesco Giacosa
za poświęcony czas i nieocenioną pomoc
w przygotowaniu pracy magisterskiej.*

*Dziękuję Pani mgr inż. Milenie Piotrowskiej
za cenne wskazówki, zaangażowanie
oraz okazane wsparcie podczas pisania pracy.*

Spis treści

1	Wstęp	5
2	Równanie Schrödingera	9
3	Rozpad jednokanałowy	13
3.1	Rozkład Breita-Wignera	13
3.2	Prawdopodobieństwo przeżycia cząstki	15
3.3	Modyfikacja rozkładu Breita-Wignera	17
3.4	Gęstość prawdopodobieństwa	24
4	Rozpad dwukanałowy	27
4.1	Częściowy rozpad $d_S^{(1)}$ i $d_S^{(2)}$ oraz amplitudy $a_S^{(1)}(t)$ i $a_S^{(2)}(t)$ dla rozkładu Breita-Wignera	27
4.2	Gęstość prawdopodobieństwa $h_1(t)$ i $h_2(t)$ jako funkcja $a_1(t)$ i $a_2(t)$ dla rozkładu Breita-Wignera	30
4.3	Modyfikacja rozkładu Breita-Wignera	33
5	Podsumowanie	39
6	Dodatek	43

Rozdział 1

Wstęp

Próby opisanie rozpadów niestabilnych stanów w mechanice kwantowej pojawiły się już na początku powstawania tej teorii. Najbardziej znaną teorią była emisja spontaniczna Weisskoph-Wignera [1, 2]. Biorąc pod uwagę wzbudzone poziomy atomowe i stosując równanie Schrödingera do opisanie ewolucji czasu Weisskoph i Wigner odkryli, że prawdopodobieństwa przyżycia z dobrym przybliżeniem opisuje malejąca funkcja czasu mająca postać eksponencjalną $P(t) = e^{-\Gamma t}$.

Dalsze badania teoretyczne procesu kwantowego wykazały, że podstawowe zasady teorii kwantowej nie pozwalają na opisanie go za pomocą wykładniczego prawa rozpadu w bardzo późnych czasach i na początkowym etapie procesu rozpadu. W związku z tym stwierdzamy że ewolucja niestabilnego stanu kwantowego charakteryzuje się trzema różnymi reżimami: region krótkotrwały, w którym rozpad opisany jest funkcją kwadratową, region pośredni, który opisuje prawo wykładnicze oraz długi region, regulowany prawem potęgowym.

Bardziej szczegółowa analiza teoretyczna pokazuje, że w późnych czasach prawdopodobieństwo przeżycia powinno zmierzać do zera jak $t \rightarrow \infty$, znacznie wolniej niż jakakolwiek wykładnicza funkcja czasu. Prawdopodobieństwo to określa zależność $t^{-\alpha}$, gdzie $\alpha > 0$. [3, 4, 5, 6]. Obliczenia mechaniki kwantowej pokazują, że prawo zaniku niestabil-

nego stanu jest jedynie przybliżeniem dla rozpadu w długim okresie czasu [7].

Ponadto w krótkich czasach badanie ewolucji kwantowej opisanej równaniem Schrödingera wykazuje, że prawdopodobieństwo przyżycia cząstki niestabilnej ma postać $P(t) = 1 - \#t^2$ [8, 9, 10, 11]. Możliwą konsekwencją rozpadu opisanego funkcją kwadratową jest spowolnienie rozpadu w sytuacji gdy stan jest mierzony dostatecznie często, jest to tzw. kwantowy efekt Zeno. Opis teoretyczny zagadnienia można znaleźć w [10], natomiast opis eksperymentalny w [12, 13].

Niniejsza praca zawiera analize niestabilnego systemu kwantowego modelowanego przez funkcję rozkładu gęstości energii Breit-Wignera oraz jego modyfikacje. Celem pracy jest opis rozpadu niestabilnych cząstek w przypadku gdy rozpad zachodzi do dwóch kanałów. W przypadku rozpadu cząstki w dwa kanały należy określić prawdopodobieństwo rozpadu dla każdego z nich. Koncepcją niniejszej pracy jest obliczenie prawdopodobieństwa rozpadu niestabilnej cząstki nazwanej S w wybranym przedziale czasowym t i $t + dt$. Każda cząstka ulegająca rozpadowi z dobrym przybliżeniem może być opisana poprzez rozpad Breit-Wignera. Kwestia ta jest ważna podczas badania przypadku dla dwóch kanałów, szczególnie dla stosunku prawdopodobieństwa rozpadu w pierwszy kanał do prawdopodobieństwa rozpadu w drugi kanał [14].

W szczególności pokazałam, że stosunek gęstości prawdopodobieństwa rozpadu nie jest zwykłą stałą, co jest zgodne z oczekiwaniami w granicach, w których prawo rozpadu jest wykładnicze. Wręcz przeciwnie, widoczne są bardzo osobliwe, nieregularne i dość duże oscylacje, które utrzymują się przez długi czas. Stosunek ten jest bardzo interesujący, ponieważ potencjalnie daje możliwość ujżenia efektu nie wykładniczego prawa rozpadu w przyszłych eksperymentach. Z tego

powodu, w niniejszej pracy, skupiam się na teoretycznej analizie tego zagadnienia.

Praca zawiera 5 rozdziałów oraz 1 dodatek. Po krótkim wstępie wprowadzającym w tematykę pracy, stanowiący pierwszy rozdział, przechodzę do rozdziału drugiego w którym przedstawię równanie Schrödingera. Następnie w rozdziale trzecim opiszę rozkład Breita-Wignera dla rozpadu w jeden kanał, jak również jego modyfikację, która daje lepsze przybliżenie jakie następuje w trakcie rozpadu. Ponadto porównam gęstość prawdopodobieństwa dla obu przypadków, jak również w przypadku gdy zostaną zmienione wartości stałych występujących we wzorze (3.21). W rozdziale czwartym skupię się na rozpadzie niestabilnej cząstki do dwóch kanałów. Zagadnienie to jest przedstawione w [14]. Przybliżę wzory pomocne przy obliczeniu prawdopodobieństwa przeżycia cząstki gdy rozpada się na więcej niż jeden kanał. Następnie skoncentruję się na modyfikacji wzoru Breita-Wignera dla dwóch kanałów, jak również obliczeniu gęstości prawdopodobieństwa. Ponadto pokażę jak wyglądają wykresy dla obu kanałów oraz w przypadku gdy zostaną zmienione wartości stałych występujących we wzorze. W pracy tej rozważę cząstkę S , która rozpada się w dwa kanały. Ze względu na ogólny charakter przedstawionych rozważań, kanały te będę nazywać odpowiednio jako pierwszy i drugi. Ponadto niniejsza praca została wzbogacona o dodatek, w którym przybliżam działanie programu Mathematica użytego do obliczeń oraz sporządzania wykresów.

W tej pracy stosuję naturalny układ jednostek. Można go przedstawić jako wielkości stałych fizycznych, które przyjmują wartości jeden, tzn. $c = \hbar = 1$. W konsekwencji stosowania takiego układu jednostek energii w poniższej pracy wyrażona jest w GeV.

Rozdział 2

Równanie Schrödingera

W tym rozdziale skupię się na najistotniejszym równaniu w mechanice kwantowej, którym jest równanie Schrödingera. Służy ono do opisu ewolucji stanu w miarę upływu czasu. Jeżeli dany jest stan $|\psi_0\rangle$ po czasie $t = 0$, równanie Schrödingera ma następującą postać:

$$i\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle, \quad (2.1)$$

gdzie H jest operatorem Hamiltona, będącym operatorem energii całego układu.

W następnym kroku przedstawię ogólną metodę rozwiązywania równania Schrödingera. Znajomość $|\psi(t = 0)\rangle = |\psi_0\rangle$ jest jedynym warunkiem początkowym, ponieważ równanie Schrödingera jest pierwszego rzędu względem czasu. Poprzez rozwiązanie równania (2.1) możliwe jest opisanie stanu dla wszystkich czasów. W danej sytuacji cząstkę można opisać rozpatrując zmienną w czasie funkcję falową $\psi(\mathbf{r}, t) = \psi(x, y, z, t)$. Funkcja ta opisuje ewolucję kolejnych stanów w miarę upływu czasu [15]

$$\langle \mathbf{r} | \psi(t) \rangle = \psi(\mathbf{r}, t). \quad (2.2)$$

Pierwszym etapem rozwiązywania równania jest założenie, że H w sposób jawny nie zależy od czasu, stąd możemy również wyznaczyć wektory i wartości własne H , które są niezależne od czasu. Takie

założenie pozwoli nam otrzymać operator ewolucji $U(t)$. Mając $U(t)$, zapisujemy

$$|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi(0)\rangle, |\psi(0)\rangle = |\psi_0\rangle . \quad (2.3)$$

Podstawiając powyższą zależność do równania (2.1) otrzymujemy

$$\frac{d}{dt}(U(t)|\psi(0)\rangle) = -iH(U(t)|\psi(0)\rangle) . \quad (2.4)$$

Po uproszczeniu dostajemy zależność

$$\frac{d}{dt}(U(t)) = -iH(U(t)) . \quad (2.5)$$

Wynika z tego, że

$$U(t) = e^{-iHt} . \quad (2.6)$$

Podstawiając operator ewolucji $U(t)$ do wyrażenia (2.3) otrzymujemy wektor, który spełnia równanie Schrödingera

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt}|\psi(0)\rangle . \quad (2.7)$$

Możemy również wyrazić $U(t)$ przez $|E\rangle$, czyli wektory własne hamiltonianu H o wartościach własnych E spełniających równanie

$$H|E\rangle = E|E\rangle . \quad (2.8)$$

Jest to równanie Schrödingera niezależne od czasu. Korzystając z podanej zależności

$$\sum_E |E\rangle\langle E| = 1 , \quad (2.9)$$

możemy wyrazić $|\psi\rangle$ w przypadku gdy wyznaczono wektory $|E\rangle$ i otrzymujemy następującą zależność:

$$|\psi(t)\rangle = 1 \cdot |\psi(t)\rangle = \sum_E |E\rangle\langle E|\psi(t)\rangle \equiv \sum_E a_E(t)|E\rangle , \quad (2.10)$$

gdzie

$$a_E = \langle E|\psi(t)\rangle . \quad (2.11)$$

Działając na obie strony wyrażenia (2.10) operatorem $(i\hbar\partial/\partial t - H)$ otrzymujemy równanie dla $a_E(t)$

$$0 = (i\hbar\partial/\partial t - H)|\psi(t)\rangle = \sum (i\hbar\dot{a}_E - Ea_E)|E\rangle \implies i\hbar\dot{a}_E = Ea_E , \quad (2.12)$$

gdzie wykorzystano niezależność liniową wektorów $|E\rangle$. Rozwiązanie powyższego równania ma postać

$$a_E(t) = \langle E|\psi(t)\rangle = a_E(0)e^{-iEt} . \quad (2.13)$$

Przedstawić to można również w innej postaci

$$\langle E|\psi(t)\rangle = \langle E|\psi(0)\rangle e^{-iEt} , \quad (2.14)$$

z tego wynika, że

$$|\psi(t)\rangle = \sum_E |E\rangle \langle E|\psi(0)\rangle e^{-iEt} . \quad (2.15)$$

Operator ewolucji $U(t)$ jest równy

$$U(t) = \sum_E |E\rangle \langle E| e^{-iEt} . \quad (2.16)$$

Amplituda prawdopodobieństwa przyżycia początkowego stanu kwantowego jest równa:

$$\langle \psi_0|\psi(t)\rangle = \sum_E |a_E(0)|^2 e^{-iEt} . \quad (2.17)$$

Prawdopodobieństwo przeżycia dane jest wzorem:

$$P(t) = \left| \sum_E |a_E(0)|^2 e^{-iEt} \right|^2 . \quad (2.18)$$

Pokazano dotąd, że widmo energii jest dyskretne i niezdegenerowane. W przypadku gdy E jest zdegenerowane, należy włączyć dodatkowy wskaźnik α , aby wyróżnić stany zdegenerowane. Otrzymujemy wówczas

$$U(t) = \sum_{\alpha} \sum_E |E, \alpha\rangle \langle E, \alpha| e^{-iEt} . \quad (2.19)$$

W tym przypadku, postępując analogicznie do powyższego rozumowania $P(t)$ ma postać

$$P(t) = \left| \sum_{\alpha} \sum_E |a_{E,\alpha}(0)|^2 |e^{-iEt}|^2 \right|. \quad (2.20)$$

W przypadku gdy E jest ciągłe, należy zastąpić sumę całką [16]. W dalszej części pracy stosuję następujące podstawienia:

$$\sum \mapsto \int ,$$

$$E \mapsto m ,$$

$$|a_E(0)|^2 \mapsto d_S(m) .$$

Podstawiając powyższe do wzoru (2.18), prawdopodobieństwo ma następującą postać:

$$P(t) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} d_S(m) e^{-imt} dm \right|^2 . \quad (2.21)$$

W następnych rozdziałach będę używać równania (2.21).

Rozdział 3

Rozpad jednokanałowy

Niestabilna cząstka może być scharakteryzowana przez jej czas życia w spoczynku τ lub równoważnie przez naturalną szerokość zaniku Γ , które są związane relacją

$$\Gamma = 1/\tau . \quad (3.1)$$

W przypadku rozważanym w tej pracy w granicy rozpadu eksponencjalnego

$$P(t) = e^{-t/\tau} = e^{-\Gamma t} . \quad (3.2)$$

3.1 Rozkład Breita-Wignera

Stan niestabilny nie ma określonej masy, ale ma prawdopodobieństwo rozkładu masy. Dobrym przybliżeniem rozkładu masy oraz energii jest nierałatywistyczny rozkład Breita-Wignera, mający postać:

$$d_{S,BW}(m) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(m - M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} , \quad (3.3)$$

gdzie M jest wartością odpowiadającą maksimum rozkładu (tzw. masa Breit-Wignera). Dla rozkładu Breita-Wignera spełniony jest następujący warunek normalizacyjny:

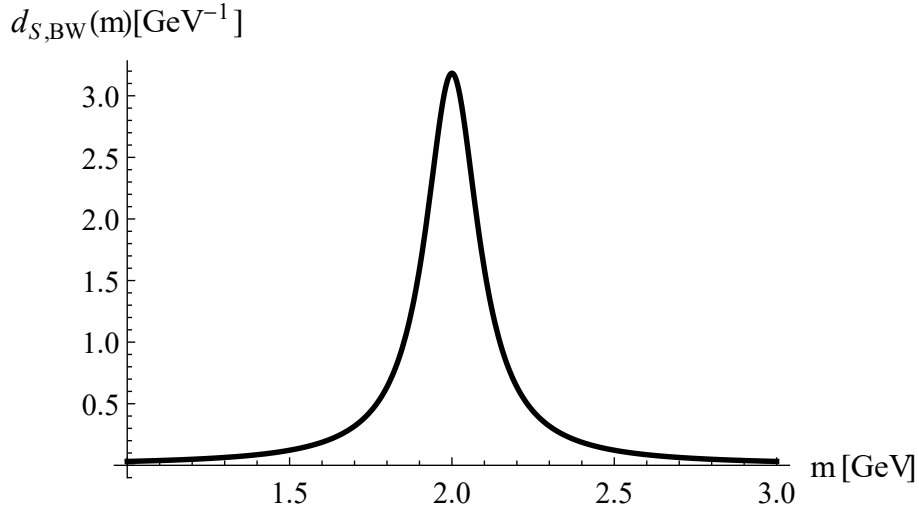
$$\int_{-\infty}^{+\infty} d_{S,BW}(m) dm = 1 , \quad (3.4)$$

wynikający z następującego wyprowadzania:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} d_{S,BW}(m)dm &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(m-M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} dm \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{x^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} dx = \left[\frac{1}{\pi} \arctan \frac{2x}{\Gamma} \right]_{-\infty}^{+\infty} \\
&= \frac{1}{\pi} [\arctan \infty - \arctan(-\infty)] \\
&= \frac{1}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) \right] = \frac{1}{\pi} \cdot \pi = 1
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Oznacza to, że pole pod krzywą wyznaczoną wzorem (3.3) jest równe 1.

Na wykresie (3.1) przedstawiono rozkład Breita-Wignera opisany równaniem (3.3), gdzie $d_{S,BW}(m)dm$ jest prawdopodobieństwem że niestabilna cząstka S ma energię/masę pomiędzy m i $m + dm$. Fakt że dozwolone są również ujemne wartości masy pokazuje, że rozkład Breita-Wignera nie może być dokładny.



Rysunek 3.1: Rozkład Breita-Wignera opisany wzorem (3.3).

3.2 Prawdopodobieństwo przeżycia cząstki

Badając niestabilne systemy kwantowe zazwyczaj analizuje się ich prawo rozpadu (ich prawdopodobieństwo przyżycia), które zawiera główną informację o właściwościach takich systemów. Jeżeli system na początku ($t = 0$) jest stanem niestabilnym, to prawdopodobieństwo przyżycia $P(t)$ stanu niestabilnego można wyznaczyć jako [3] (zobacz również rozdział 2):

$$P(t) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} d_S(m) e^{-imt} dm \right|^2. \quad (3.6)$$

Podstawiając do wzoru (3.6) rozkład Breita-Wigera wyrażony równaniem (3.3) i pokazany na rysunku (3.1) otrzymujemy

$$P_{BW}(t) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(m - M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} e^{-imt} dm \right|^2. \quad (3.7)$$

Aby wyznaczyć m należy przyrównać mianownik ze wzoru (3.7) do zera

$$(m - M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} = 0, \quad (3.8)$$

$$(m - M)^2 = -\frac{\Gamma^2}{4}, \quad (3.9)$$

$$m - M = \pm i \frac{\Gamma}{2}, \quad (3.10)$$

$$m = M \pm i \frac{\Gamma}{2}. \quad (3.11)$$

Kolejnym krokiem jest podstawienie wyznaczonego m do wzoru (3.7)

$$P_{BW}(t) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{e^{-imt}}{(m - M + i\frac{\Gamma}{2})(m - M - i\frac{\Gamma}{2})} dm \right|^2. \quad (3.12)$$

Aby rozwiązanie równania powyżej było poprawne należy całe wyrażenie pomnożyć przez czynnik $(-2\pi i)$, który wynika z analizy zespolonej z twierdzenia o residuach

$$P_{BW}(t) = \left| \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{(-2\pi i) e^{-i(M - i\frac{\Gamma}{2})t}}{(M - i\frac{\Gamma}{2} - M - i\frac{\Gamma}{2})} \right|^2, \quad (3.13)$$

$$P_{BW}(t) = \left| e^{-i(M-i\frac{\Gamma}{2})t} \right|^2. \quad (3.14)$$

Korzystając ze wzoru Moivre'a możemy obliczyć następujące równanie

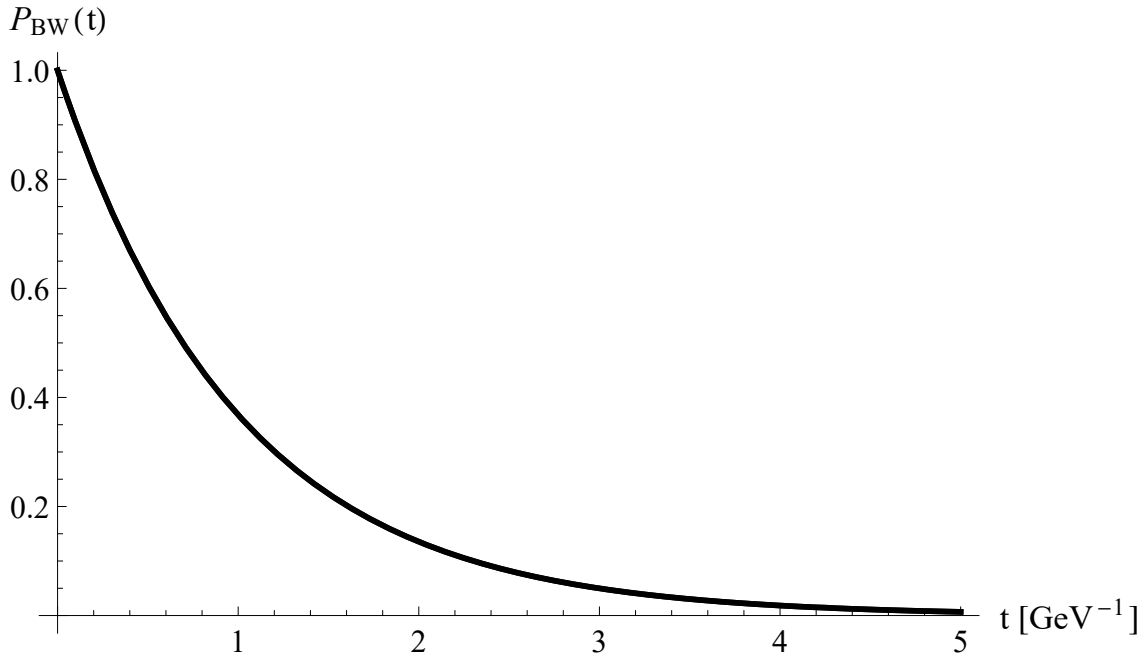
$$e^{-iMt} = \cos(Mt) - i \sin(Mt), \quad (3.15)$$

$$|e^{-iMt}|^2 = \sqrt{\cos^2(Mt) + \sin^2(Mt)} = 1. \quad (3.16)$$

Stąd:

$$P_{BW}(t) = |e^{-iMt}|^2 |e^{-\Gamma\frac{t}{2}}|^2 = e^{-\Gamma t}. \quad (3.17)$$

Na Rys. (3.2) przedstawiono prawdopodobieństwo przeżycia cząstki opisane rozkładem Breita-Wignera. Zgodnie z oczekiwaniami prawdopodobieństwo to opisuje funkcja eksponencjalna.



Rysunek 3.2: Prawdopodobieństwo przeżycia cząstki opisane wzorem (3.17), gdzie wartość $\Gamma = 1$.

3.3 Modyfikacja rozkładu Breita-Wignera

W przypadku modyfikacji rozkładu Breita-Wignera przyjmujemy, że Γ jest zależne od masy m :

$$\Gamma \rightarrow \Gamma(m) \neq \text{const} . \quad (3.18)$$

Zmodyfikowany rozkład Breita-Wignera wygląda następująco

$$d_S(m) = N \cdot \frac{\Gamma(m)}{2\pi} \frac{1}{(m - M)^2 + \frac{\Gamma^2(m)}{4}} , \quad (3.19)$$

gdzie N jest stałą normalizacyjną tak, że

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d_S(m) dm = 1 . \quad (3.20)$$

W przypadku modyfikacji warunek normalizacji nie jest zachowany, jeżeli nie uwzględnimy stałej N . N jest obliczone numerycznie, wówczas gdy $\Gamma(m)$ jest znane. Funkcja $\Gamma(m)$ określona jest następującym wzorem [3, 17, 18]

$$\Gamma(m) = g^2 e^{-\frac{m^2}{\Lambda^2}} (m - M_{th})^{\frac{1}{2}} \vartheta(m - M_{th}) , \quad (3.21)$$

gdzie $\vartheta(x)$ jest funkcją schodkową, mającą następującą postać

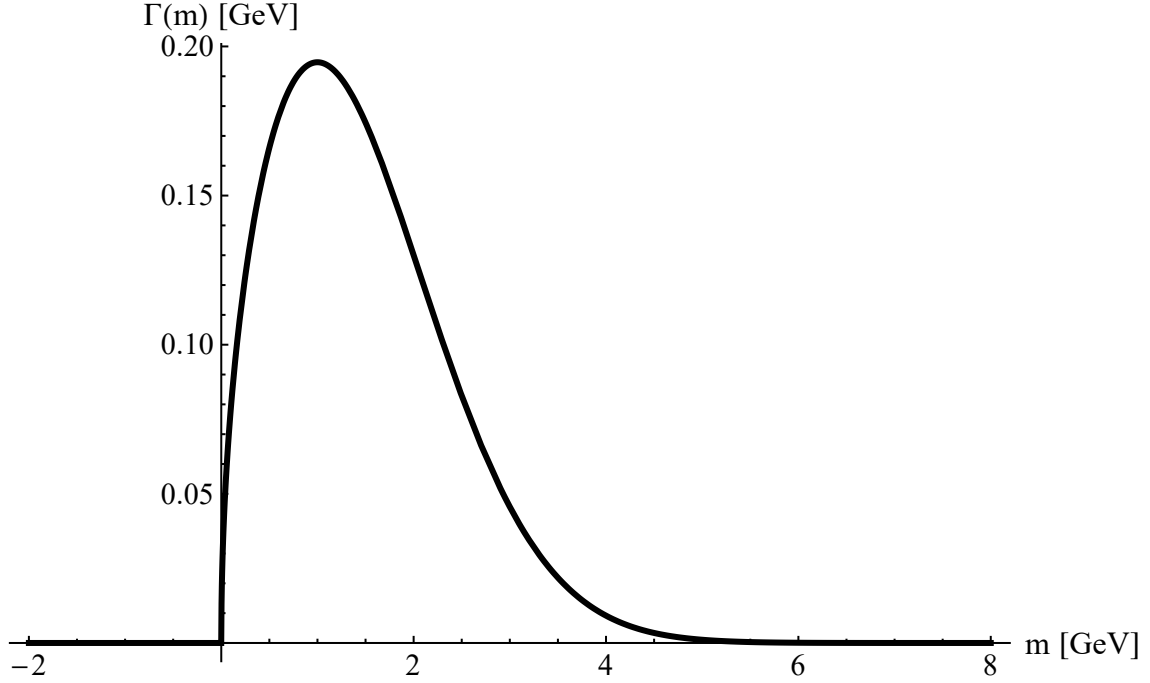
$$\vartheta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} .$$

Równanie (3.21) wynika z analizy opartej na kwantowej teorii pola. W naszym przypadku $(m - M_{th})^{\frac{1}{2}}$ wykazuje typowe zachowanie w pobliżu progu M_{th} , gdzie M_{th} jest miniamalną energią układu odpowiadającą przypadkowi, gdy $d_S(m) = 0$, jeżeli $m < M_{th}$, natomiast wielkość $e^{-\frac{m^2}{\Lambda^2}}$ z parametrem Λ będącym czynnikiem skalującym energię zapewnia, że $\Gamma(m \mapsto \infty)$ jest równe 0, co jest ważne dla normalizacji.

Rys. (3.3) przedstawia zależność $\Gamma(m)$ dla wartości ukazanych w tabeli (3.1), natomiast Rys.(3.4) przedstawia zależność $\Gamma(m)$ dla wartości widocznych w tabeli (3.3).

parametr	g	Λ	M	M_{th}	$\Gamma(M)$
wartość [GeV]	0.5	2	2	0	0.13

Tablica 3.1: Wartości użyte do utworzenia wykresów (3.8), (3.6) oraz (3.3) .



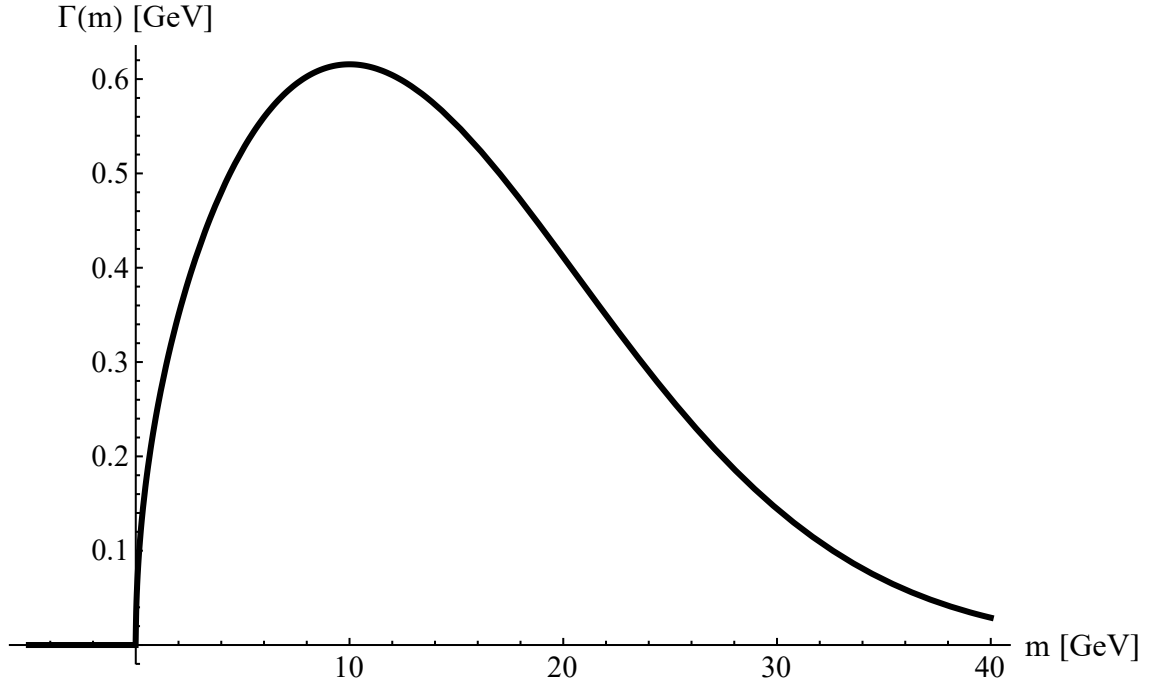
Rysunek 3.3: Wykres zależności $\Gamma(m)$ danej równaniem (3.19), gdy $g = 0.5$ GeV, $\Lambda = 2$ GeV.

Porównując Rys. (3.3) z Rys. (3.4) stwierdzamy, że w przypadku zmiany wartości Λ na 20 GeV funkcja $\Gamma(m)$ osiąga maksimum dla większej wartości argumentu. Kiedy zmienna m jest mała, funkcję są porównywalne. Wartość Λ może zmienić się w szerokim zakresie w zależności od rozważanego przypadku i ma ona znaczący wpływ na otrzymane rezultaty.

Na Rys. (3.5) przedstawiono funkcję spektralną $d_S(m)$, gdzie zmienne z równania (3.21) mają wartości podane w tabeli (3.2).

Na Rys. (3.6) zmieniono parametry, które przedstawione zostały w tabeli (3.1).

Rys. (3.7) przedstawia zachowanie funkcji spektralnej, gdy zmienimy



Rysunek 3.4: Wykres zależności $\Gamma(m)$ danej równaniem (3.19), gdy $g = 0.5$ GeV, $\Lambda = 20$ GeV, $M = 2$ GeV oraz $M_{th} = 0$ GeV.

parametr	g	Λ	M	M_{th}
wartość [GeV]	0.25	5	2	0

Tablica 3.2: Wartości użyte do utworzenia wykresu (3.5).

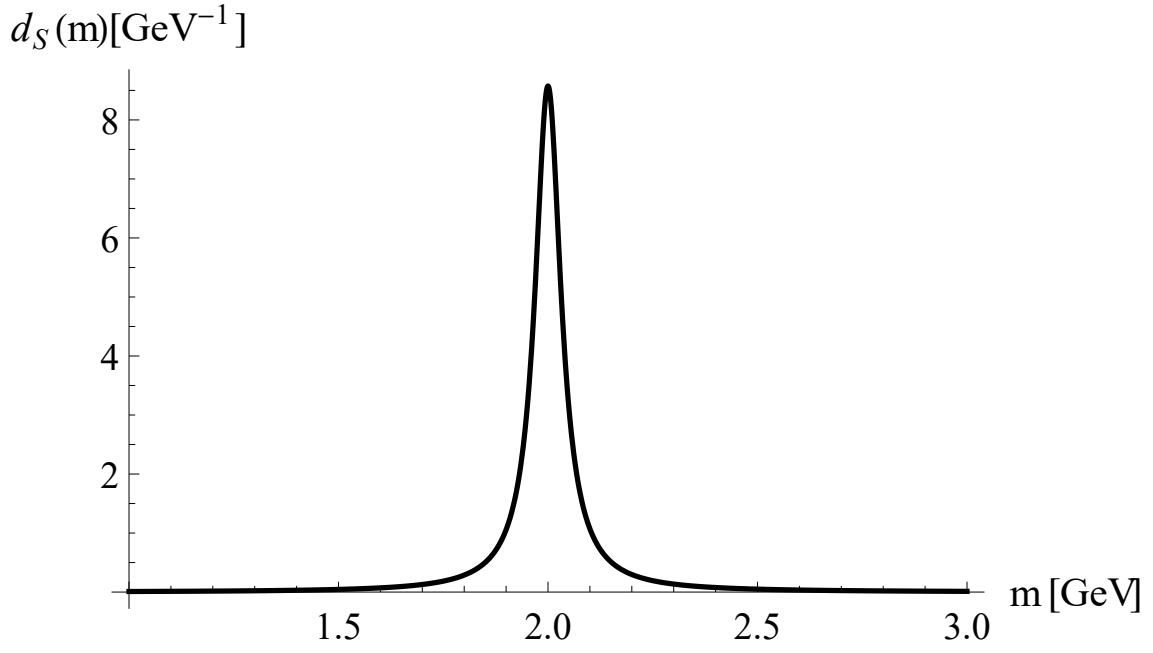
wartość $\Lambda = 20$ GeV, gdy pozostałe dane nie ulegają zmianie.

Na Rys. (3.8) porównano rozkład eksponencjalny prawdopodobieństwa przeżycia cząstki w przypadku użycia wzoru Breita-Wignera

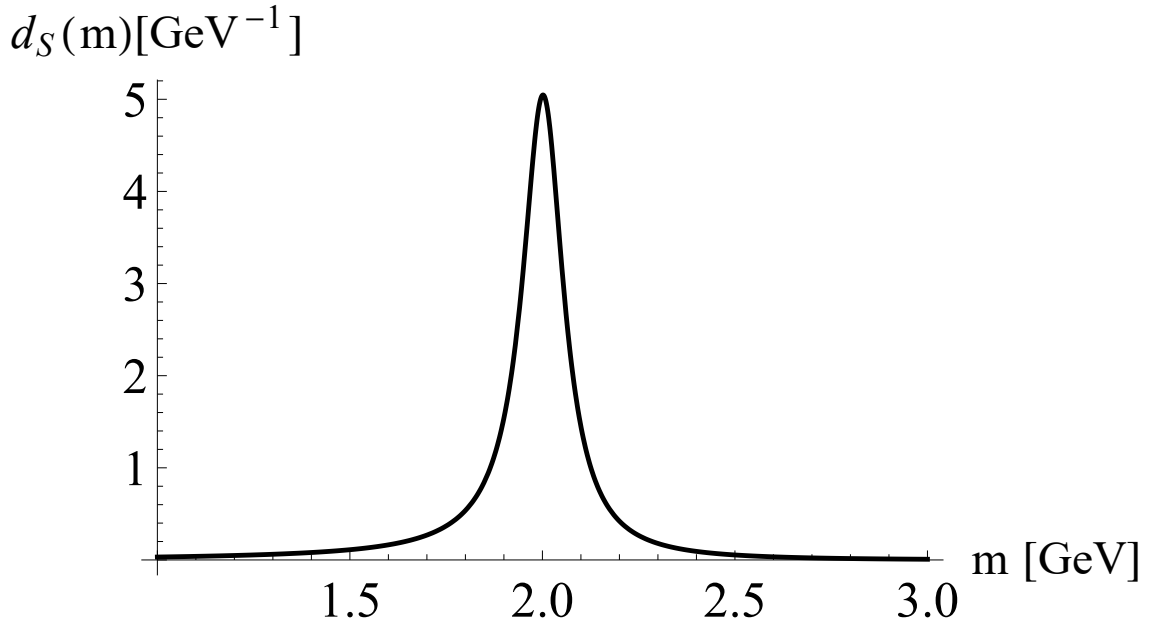
$$P_{BW}(t) = e^{-\Gamma t} , \quad (3.22)$$

a jego modyfikacją, gdzie rozkład prawdopodobieństwa jest nieekspozencjalny i określony został poniższym wzorem oraz wartościami przedstawionymi w tabeli (3.1)

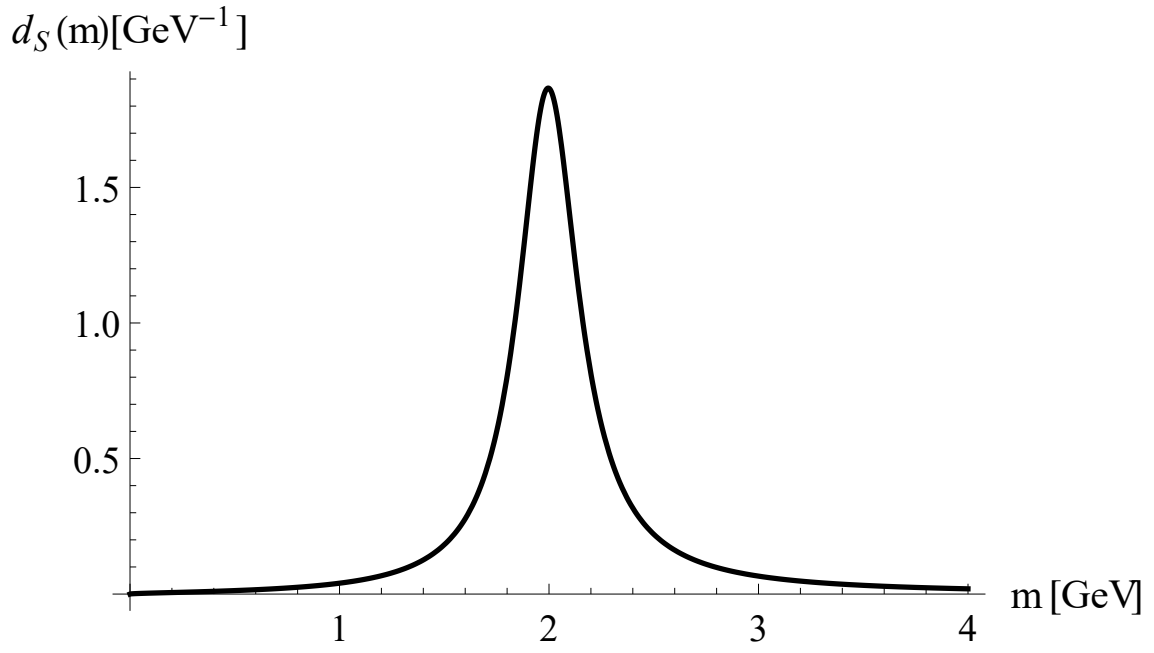
$$P(t) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} d_S(m) e^{-imt} dm \right|^2 . \quad (3.23)$$



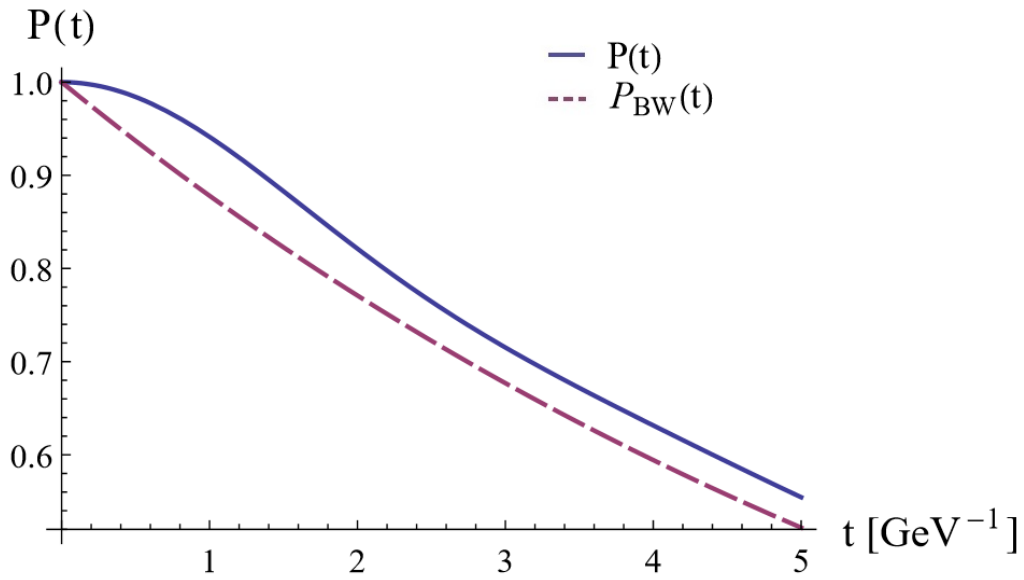
Rysunek 3.5: Funkcja spektralna $d_S(m)$ dana równaniem (3.19), gdy $g = 0.25$ GeV, $\Lambda = 5$ GeV, $M = 2$ GeV oraz $M_{th} = 0$ GeV.



Rysunek 3.6: Funkcja spektralna $d_S(m)$ dana równaniem (3.19), gdy $g = 0.5$ GeV, $\Lambda = 2$ GeV, $M = 2$ GeV oraz $M_{th} = 0$ GeV.



Rysunek 3.7: Funkcja spektralna $d_S(m)$ dana równaniem (3.19), gdy $g = 0.5$ GeV, $\Lambda = 20$ GeV, $M = 2$ GeV oraz $M_{th} = 0$ GeV.

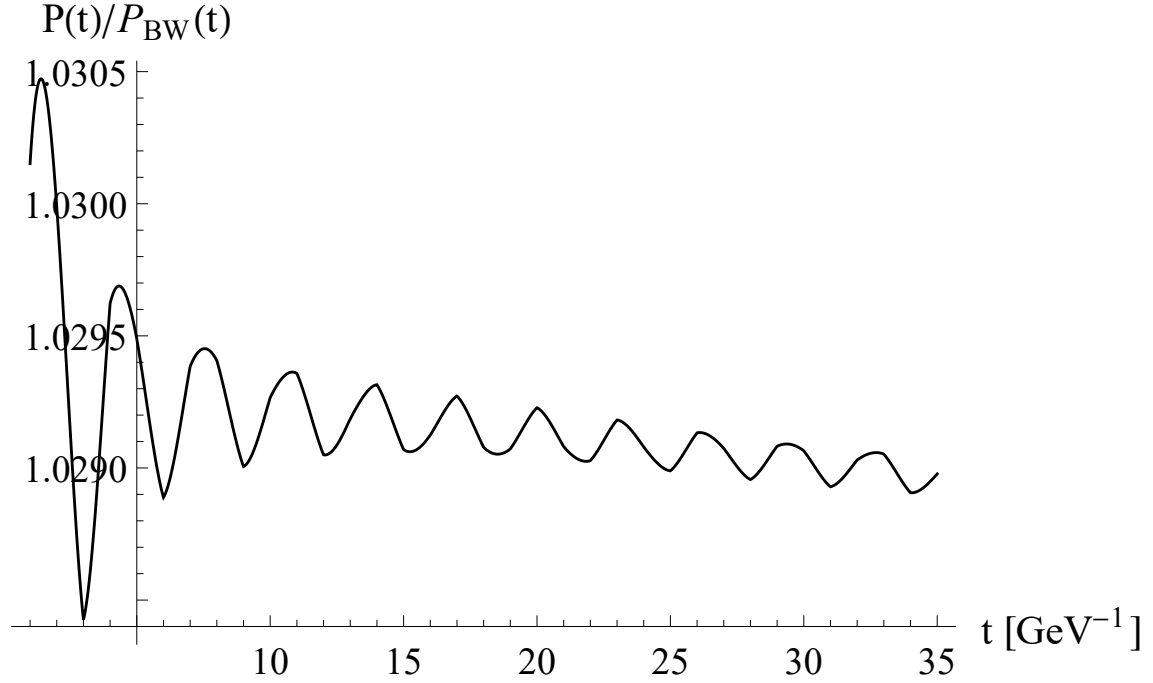


Rysunek 3.8: Porównanie wykresów $P(t)$ oraz $P_{BW} = e^{-\Gamma(M)t}$, gdy $g = 0.5$ GeV, $\Lambda = 2$ GeV, $M = 2$ GeV oraz $M_{th} = 0$ GeV.

Na Rys. (3.8) widać różnicę pomiędzy rozpadem eksponencjalnym Breita-Wignera a jego modyfikacją. W przypadku modyfikacji rozpad następuje później oraz wolnej dąży do minimum w porównaniu z rozpadem Breita-Wignera.

Rys. (3.9) przedstawia stosunek zależności $P(t)$ do P_{BW} , który ma za zadanie pokazać jak stosunek obu funkcji zachowują się po czasie $t > 5 \text{ GeV}^{-1}$ czego nie widać na Rys. (3.8).

Rys. (3.10) przedstawia funkcję, gdy stałe mają wartości podane

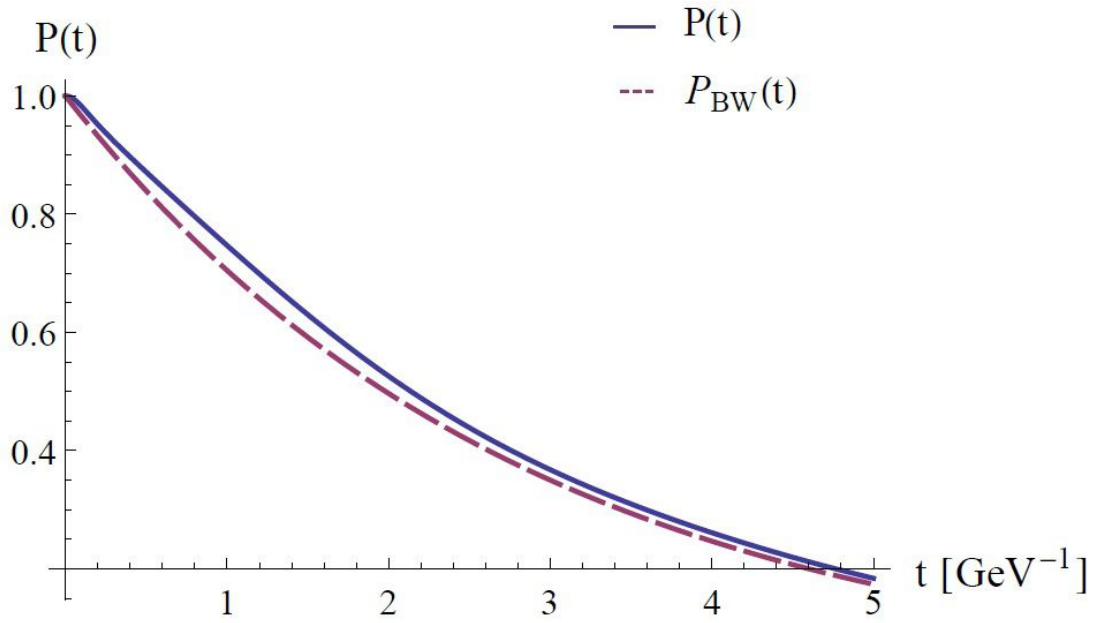


Rysunek 3.9: Stosunek $P(t)$ do $P_{BW}(t) = e^{-\Gamma(M)t}$.

w tabeli (3.3)

parametr	g	Λ	M	M_{th}	$\Gamma(M)$
wartość [GeV]	0.5	20	2	0	0.35

Tablica 3.3: Wartości użyte do utworzenia wykresu (3.10) i (3.4).



Rysunek 3.10: Porównanie wykresów $P(t)$ oraz $P_{BW}(t)$ opisanego wzorem $P_{BW}(t) = e^{-\Gamma(M)t}$, gdy $g = 0.5$ GeV, $\Lambda = 20$ GeV, $M = 2$ GeV oraz $M_{th} = 0$ GeV.

Porównując Rys. (3.8) i Rys. (3.10) można zauważyć, że zmiana wartości Λ spowodowała przyjęcie wartości prawdopodobieństwa zbliżonego do rozpadu Breita-Wignera, a co za tym idzie do rozpadu eksponencjalnego. Można również zauważyć, że przesunięcie krzywej uwidoczni fakt, że krzywa jest dobrze opisana przez funkcję eksponencjalną w późniejszym czasie tzn. $t > 2$ GeV⁻¹.

3.4 Gęstość prawdopodobieństwa

Gęstość prawdopodobieństwa jest to ilość $h(t)$, gdzie $h(t)dt$ reprezentuje prawdopodobieństwo, że cząstka niestabilna S rozpada się w przedziale czasowym $(t, t + dt)$ może być wyrażony jako:

$$h(t) = -\frac{dP}{dt} = -P'(t) . \quad (3.24)$$

Zatem $h(t)$ jest negatywną pochodną prawdopodobieństwa przeżycia cząstki.

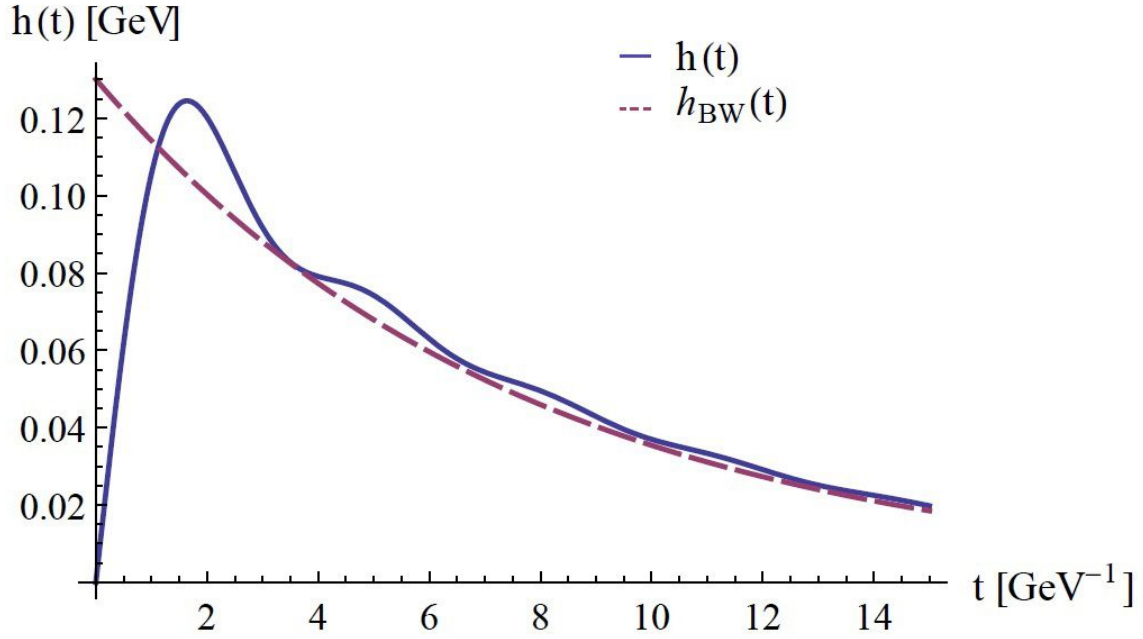
Gęstość prawdopodobieństwa w przypadku rozpadu Breita-Wignera można obliczyć ze wzoru:

$$h_{BW}(t) = -\frac{dP_{BW}}{dt} = \Gamma e^{-\Gamma t} . \quad (3.25)$$

Rozważę teraz przypadek, gdy Γ nie ma stałej wartości i jest opisany poprzez równanie (3.21). Należy wyznaczyć numerycznie wartość $P(t)$, po czym obliczyć jego pochodną, która określa wartość $h(t)$.

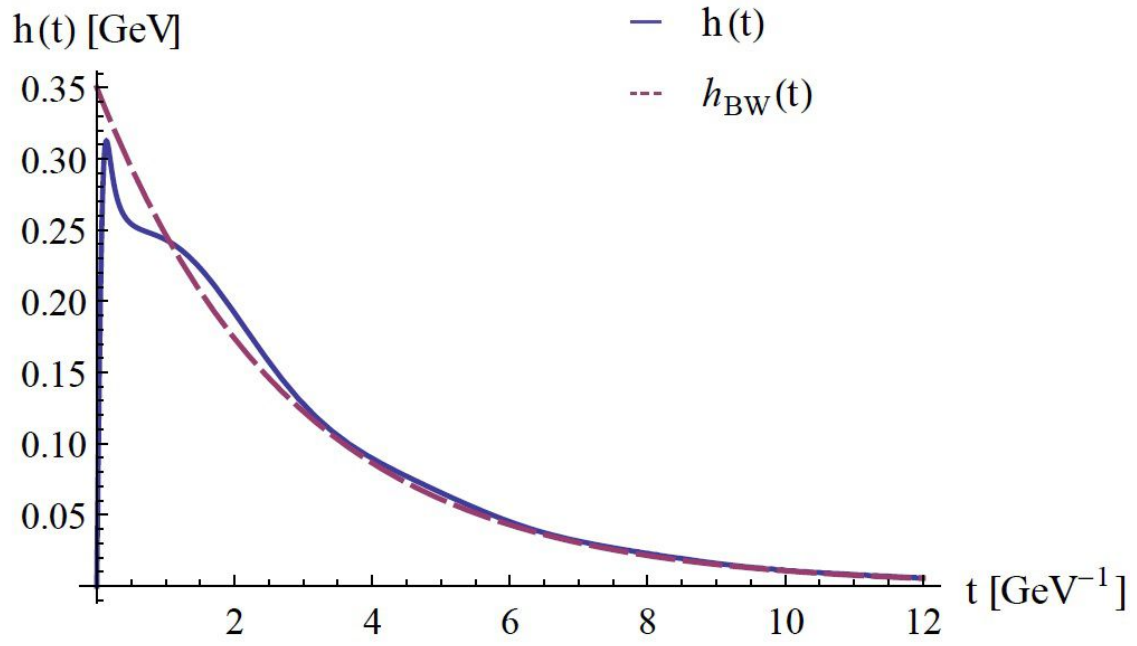
Na Rys. (3.11) przedstawiono gęstość prawdopodobieństwa rozpadu cząstki, gdzie porównano wyniki odpowiadające rozkładowi Breita-Wignera $h_{BW}(t) = \Gamma e^{-\Gamma t}$ (gdzie $\Gamma = \Gamma(M)$) a jego modyfikacją określoną wzorem $h(t) = \Gamma(M)e^{-\Gamma(M)t}$. Stałe we wzorze pokazane są w tabeli (3.1).

Porównując modyfikacje z rozkładem ekponencjalnym Breita-Wignera przedstawioną na Rys. (3.11) możemy zauważyć znaczącą różnicę. W przypadku modyfikacji rozpad następuje w początkowym czasie ale z bardzo małym prawdopodobieństwem natomiast rozpad $h(t)$ praktycznie nie zachodzi. Widoczne są oscylacje ponad funkcją ekponencjalną określającą rozpad Breita-Wignera, natomiast w późniejszym czasie (tzn. $t > 4 \text{ GeV}^{-1}$) widać, że obie funkcje zbliżają się do siebie. Sytuacja dla przypadku $\Lambda = 2 \text{ GeV}$, przedstawiona została na Rys. (3.12).



Rysunek 3.11: Gęstość prawdopodobieństwa $h(t)$ oraz odpowiednik limitu Breita-Wignera $h_{BW}(t) = \Gamma(M)e^{-\Gamma(M)t}$ dla wartości: $g_1 = 0.5$ GeV, $\Lambda = 2$ GeV, $M = 2$ GeV, $M_{th} = 0$.

Na Rys.(3.12) można zauważyć, że w przypadku modyfikacji rozpad następuje dużo szybciej gdy wartość Λ jest większa. Widoczne są oscylacje ponad funkcją exponencjalną rozpaadu Breita-Wignera, natomiast w późniejszym czasie (tzn. $t > 2$ GeV⁻¹) obie funkcje łączą się.



Rysunek 3.12: Gęstość prawdopodobieństwa $h(t)$ oraz odpowiednik limitu Breit-Wignera $h_{\text{BW}}(t) = \Gamma(M)e^{-\Gamma(M)t}$ dla wartości: $g_1 = 0.5$ GeV, $\Lambda = 20$ GeV, $M = 2$ GeV, $M_{th} = 0$.

Rozdział 4

Rozpad dwukanałowy

W rozdziale tym przedstawiam przybliżoną sytuację, gdy cząstka rozpadnie się na dwa różne kanały f. W tym przypadku całkowita szerokość rozpadu Γ jest sumą szerokości rozpadów częściowych Γ_f dla dwóch kanałów, co można zapisać jako:

$$\Gamma = \sum_{f=1}^2 \Gamma_f . \quad (4.1)$$

4.1 Częściowy rozpad $d_S^{(1)}$ i $d_S^{(2)}$ oraz amplitudy $a_S^{(1)}(t)$ i $a_S^{(2)}(t)$ dla rozkładu Breita-Wignera

W przypadku rozpadu do dwóch kanałów używamy wzoru Breita-Wignera na funkcję spektralną:

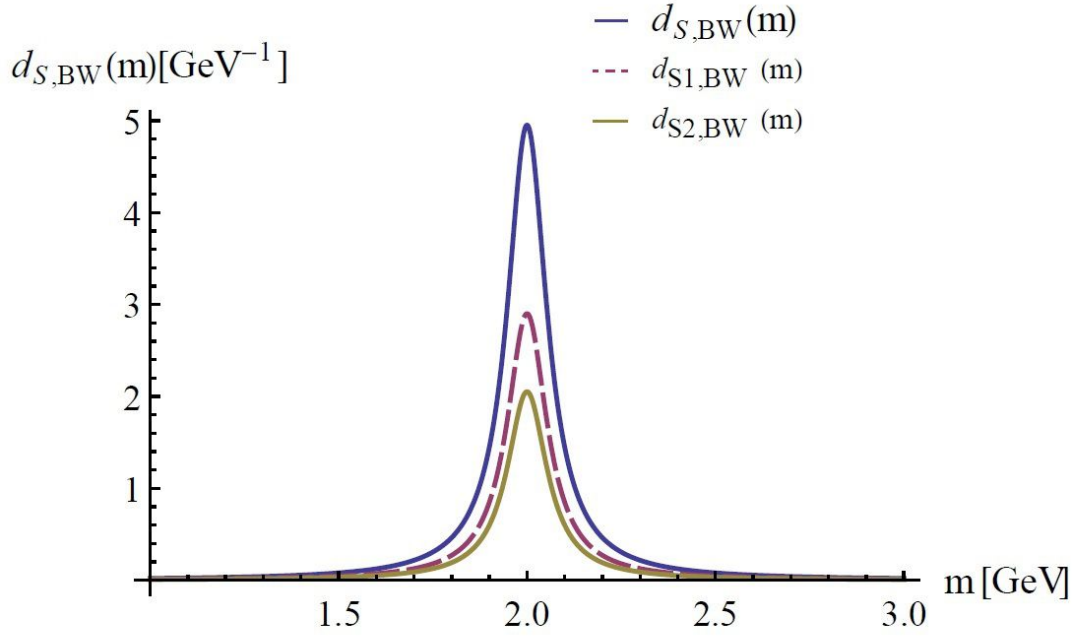
$$d_{S,BW} = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(m - M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} . \quad (4.2)$$

Rozpad $d_{S,BW}(m)$ można zapisać jako sumę dwóch funkcji $d_S^{(1)}(m)$ i $d_S^{(2)}(m)$

$$d_{S,BW} = d_{S,BW}^{(1)}(m) + d_{S,BW}^{(2)}(m) . \quad (4.3)$$

Natomiast szerokość połówkową w przypadku dwóch kanałów można zapisać jako

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 . \quad (4.4)$$



Rysunek 4.1: Częściowe rozpady Breita-Wignera $d_S^{(1)}$ i $d_S^{(2)}$ dla wartości: $g_1 = 0.25$ GeV, $g_2 = 0.25$ GeV, $\Lambda = 5$ GeV, $M = 2$ GeV, $M_{th1} = 0$ GeV oraz $M_{th2} = 1$ GeV.

Wynika z tego, że

$$d_{S,BW}^{(1)} = \frac{\Gamma_1}{2\pi} \frac{1}{(m - M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} , \quad (4.5)$$

$$d_{S,BW}^{(2)} = \frac{\Gamma_2}{2\pi} \frac{1}{(m - M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} . \quad (4.6)$$

Wzór na amplitudę a_S ma następującą postać:

$$a_S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d_{S,BW}(m) e^{-imt} dm . \quad (4.7)$$

Podstawiając zależność ze wzoru (4.3) otrzymujemy

$$\begin{aligned} a_S(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} (d_{S,BW}^{(1)} + d_{S,BW}^{(2)}) e^{-imt} dm \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} d_{S,BW}^{(1)} e^{-imt} dm + \int_{-\infty}^{+\infty} d_{S,BW}^{(2)} e^{-imt} dm . \end{aligned} \quad (4.8)$$

Wzory na amplitudy $a_S^{(1)}$ i $a_S^{(2)}$ dla obu kanałów przedstawiono poniżej

$$a_S^{(1)}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d_{S,BW}^{(1)}(m) e^{-imt} dm = \frac{\Gamma_1}{\Gamma} e^{-i(M - i\frac{\Gamma}{2})t} , \quad (4.9)$$

$$a_S^{(2)}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d_{S,BW}^{(2)}(m) e^{-imt} dm = \frac{\Gamma_2}{\Gamma} e^{-i(M-i\frac{\Gamma}{2})t} . \quad (4.10)$$

Następnie możemy obliczyć sumę obu amplitud

$$a_S = a_S^{(1)} + a_S^{(2)} = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{\Gamma} e^{-i(m-i\frac{\Gamma}{2})t} = e^{-i(M-i\frac{\Gamma}{2})t} . \quad (4.11)$$

Prawdopodobieństwo rozpadu do dwóch kanałów można obliczyć ze wzoru

$$P_{BW}(t) = |a_S(t)|^2 . \quad (4.12)$$

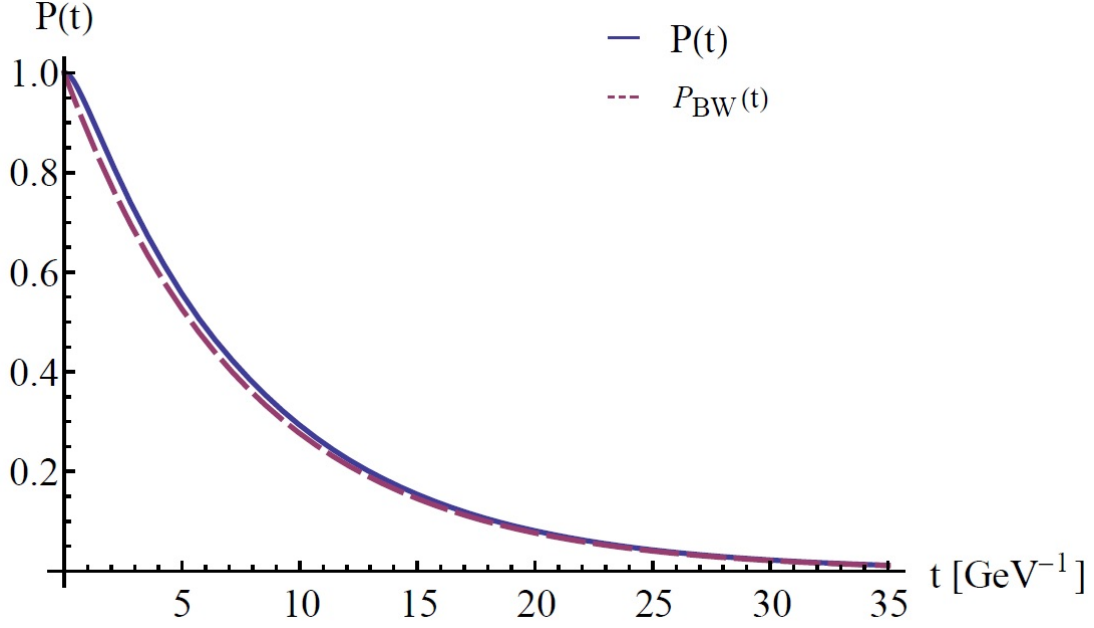
Korzystając z własności funkcji zespolonej jesteśmy w stanie wyznaczyć wzór

$$\begin{aligned} P_{BW}(t) &= |a_S|^2 = |a_S^{(1)} + a_S^{(2)}|^2 \\ &= |a_S^{(1)}|^2 + |a_S^{(2)}|^2 + a_S^{(1)*} a_S^{(1)} + a_S^{(1)} a_S^{(2)*} \\ &= \frac{\Gamma_1^2}{\Gamma^2} e^{-\Gamma t} + \frac{\Gamma_2^2}{\Gamma^2} e^{-\Gamma t} + \frac{2\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma^2} e^{-\Gamma t} = e^{-\Gamma t} . \end{aligned} \quad (4.13)$$

Z powyższego równania wynika, że $P(t)$ ma postać:

$$P_{BW}(t) = e^{-\Gamma t} . \quad (4.14)$$

Z powyższego wynika, że zgodnie z oczekiwaniami odtworzony został standardowy rozpad eksponencjalny, jak w przypadku rozpadu jednokanałowego.



Rysunek 4.2: Porównanie wykresów $P(t) = e^{-(\Gamma_1(M)+\Gamma_2(M)t)}$ oraz $P_{BW} = e^{-\Gamma(M)t}$, dla wartości: $g_1 = 0.25$ GeV, $g_2 = 0.25$ GeV, $\Lambda = 5$ GeV, $M = 2$ GeV, $M_{th1} = 0$ oraz $M_{th2} = 1$ GeV.

4.2 Gęstość prawdopodobieństwa $h_1(t)$ i $h_2(t)$ jako funkcja $a_1(t)$ i $a_2(t)$ dla rozkładu Breita-Wignera

Kluczowymi funkcjami do opisanie rozpadu cząstki niestabilnej S są gęstości prawdopodobieństw wyznaczone dla każdego kanału, oznaczone odpowiednio jako $h_1(t)$ i $h_2(t)$ które można obliczyć za pomocą poniższych wzorów. Wartość $h_1(t)dt$ określa prawdopodobieństwo, że cząstka S rozpadnie się w pierwszy kanał w przedziale czasowym między t i $t + dt$, natomiast $h_2(t)dt$ opisuje prawdopodobieństwo, że cząstka S rozpadnie się w drugi kanał w przedziale czasowym między t i $t + dt$.

Aby obliczyć h_1 oraz h_2 należy skorzystać z zależności [14]:

$$h_{1,BW} = \frac{dA_1}{dt} - \frac{dA_{MIX}}{dt} , \quad (4.15)$$

$$h_{2,BW} = \frac{dA_2}{dt} - \frac{dA_{MIX}}{dt} . \quad (4.16)$$

Wzory na A_1 i A_2 będące liczbami rzeczywistymi amplitudy a_S

$$A_1 = |a_S^{(1)}|^2 = \frac{\Gamma_1^2}{\Gamma^2} e^{-\Gamma t} , \quad (4.17)$$

$$A_2 = |a_S^{(2)}|^2 = \frac{\Gamma_2^2}{\Gamma^2} e^{-\Gamma t} , \quad (4.18)$$

$$A_{MIX} = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma^2} e^{-\Gamma t} = \frac{a_S^{(2)} a_S^{(1)*} + a_S^{(1)*} a_S^{(2)}}{2} . \quad (4.19)$$

W powyższym równaniu A_{MIX} oznacza iloczyn wyrażeń A_1 i A_2 , który możemy zapisać jako

$$A_{MIX} = \frac{a_S^{(2)} a_S^{(1)*} + a_S^{(1)*} a_S^{(2)}}{2} , \quad (4.20)$$

$$A_{MIX} = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{2\Gamma^2} e^{-\Gamma t} + \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{2\Gamma^2} e^{-\Gamma t} , \quad (4.21)$$

$$A_{MIX} = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma^2} e^{-\Gamma t} . \quad (4.22)$$

Mając podane wartości A_1 , A_2 oraz A_{MIX} możemy podstawić do wzoru (4.40) aby obliczyć $h_{1,BW}$

$$h_{1,BW} = -\frac{dA_1}{dt} - \frac{dA_{MIX}}{dt} , \quad (4.23)$$

$$h_{1,BW} = \frac{\Gamma_1^2}{\Gamma} e^{-\Gamma t} + \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma^2} e^{-\Gamma t} , \quad (4.24)$$

$$h_{1,BW} = \frac{\Gamma_1(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{\Gamma} e^{-\Gamma t} . \quad (4.25)$$

W konsekwencji $h_{1,BW}$ oraz analogicznie do niego $h_{2,BW}$ wynoszą

$$h_{1,BW} = \Gamma_1 e^{-\Gamma t} , \quad (4.26)$$

$$h_{2,BW} = \Gamma_2 e^{-\Gamma t} . \quad (4.27)$$

Mając podane wzory możemy obliczyć stosunek $h_{1,BW}(t)$ do $h_{2,BW}(t)$

$$\frac{h_{1,BW}(t)}{h_{2,BW}(t)} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = \textit{const} , \quad (4.28)$$

wynika z tego, że w przypadku rozpadu Breita-Wignera wartość ta jest stała. Oznacza to, że stosunek prawdopodobieństw pozostaje niezmienny. Przykładowo jeśli stosunek ten przyjmie wartość 2, oznacza to, że prawdopodobieństwo rozpadu w przedziale czasu t i $t + dt$ w pierwszym kanale jest zawsze dwa razy większe niż prawdopodobieństwo rozpadu w drugim kanale, w tym samym przedziale czasu.

4.3 Modyfikacja rozkładu Breita-Wignera

W przypadku modyfikacji rozkładu Breita-Wignera do dwóch kanałów przyjmujemy, że

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \mapsto \Gamma(m) , \quad (4.29)$$

gdzie

$$\Gamma_1 \mapsto \Gamma_1(m), \quad \Gamma_2 \mapsto \Gamma_2(m) . \quad (4.30)$$

Modyfikacja rozkładu Breita-Wignera dla funkcji spektralnej wygląda następująco

$$d_S(m) = N \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_1(m) + \Gamma_2(m)}{(m - M)^2 + \frac{(\Gamma_1(m) + \Gamma_2(m))^2}{4}} , \quad (4.31)$$

gdzie N jest stałą normalizacyjną, natomiast $\Gamma_1(m)$ i $\Gamma_2(m)$ są określone wzorami

$$\Gamma_1(m) = g_1^2 e^{-\frac{m^2}{\Lambda^2}} (m - M_{th1})^{\frac{1}{2}} \vartheta(m - M_{th1}) , \quad (4.32)$$

$$\Gamma_2(m) = g_2^2 e^{-\frac{m^2}{\Lambda^2}} (m - M_{th2})^{\frac{1}{2}} \vartheta(m - M_{th2}) . \quad (4.33)$$

Aby obliczyć d_{S1} oraz d_{S2} należy zapisać:

$$d_S^{(1)}(m) = N \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_1(m) + 0 \cdot \Gamma_2(m)}{(m - M)^2 + \frac{(\Gamma_1(m) + \Gamma_2(m))^2}{4}} , \quad (4.34)$$

$$d_S^{(2)}(m) = N \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{0 \cdot \Gamma_1(m) + \Gamma_2(m)}{(m - M)^2 + \frac{(\Gamma_1(m) + \Gamma_2(m))^2}{4}} . \quad (4.35)$$

Na Rys. (4.3) przedstawiono wykres $d_S(m)$ gdy zmienne ze wzoru $\Gamma(m)$ miały wartości przedstawione w tabeli (4.1)

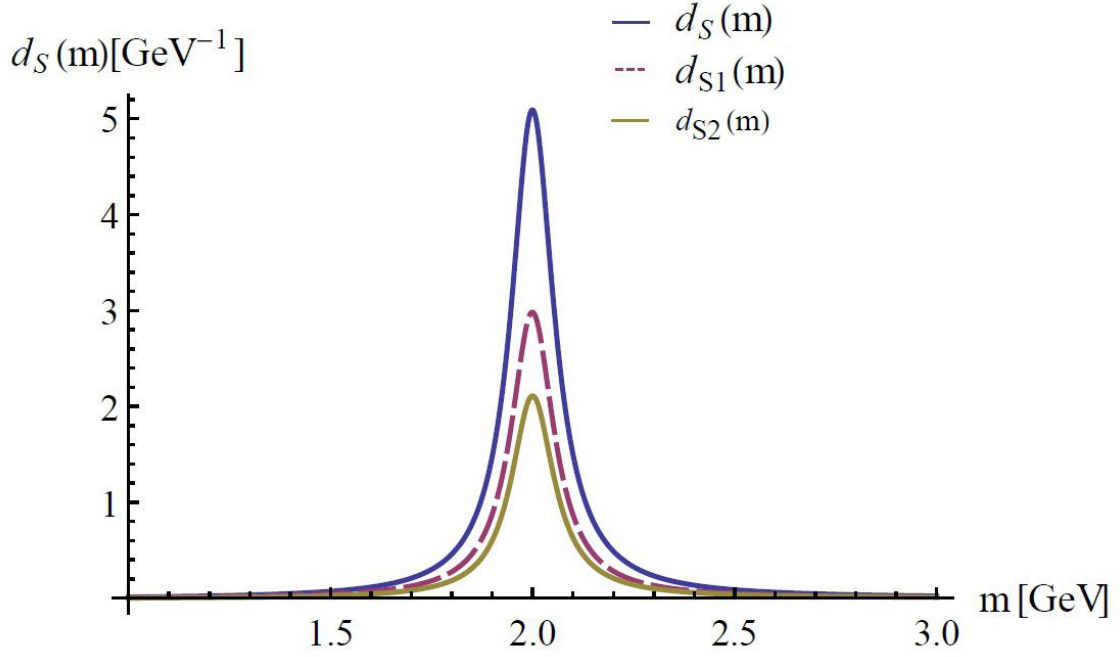
Aby obliczyć gęstość prawdopodobieństwa dla modyfikacji należy

parametr	g_1	g_2	Λ	M	M_{th1}	M_{th2}	$\Gamma_1(M)$	$\Gamma_2(M)$	$\Gamma(M)$
wartość [GeV]	0.25	0.25	5	2	0	1	0.075	0.053	0.128

Tablica 4.1: Wartości użyte do utworzenia wykresu (4.4) i (4.3).

użyć poniższych wzorów:

$$A_1 = |a_S^{(1)}|^2 , \quad (4.36)$$



Rysunek 4.3: Częściowe rozpady $d_S^{(1)}$ i $d_S^{(2)}$ dla wartości: $g_1 = 0.25$ GeV, $g_2 = 0.25$ GeV, $\Lambda = 5$ GeV, $M = 2$ GeV, $M_{th1} = 0$ GeV oraz $M_{th2} = 1$ GeV.

$$A_2 = |a_S^{(2)}|^2, \quad (4.37)$$

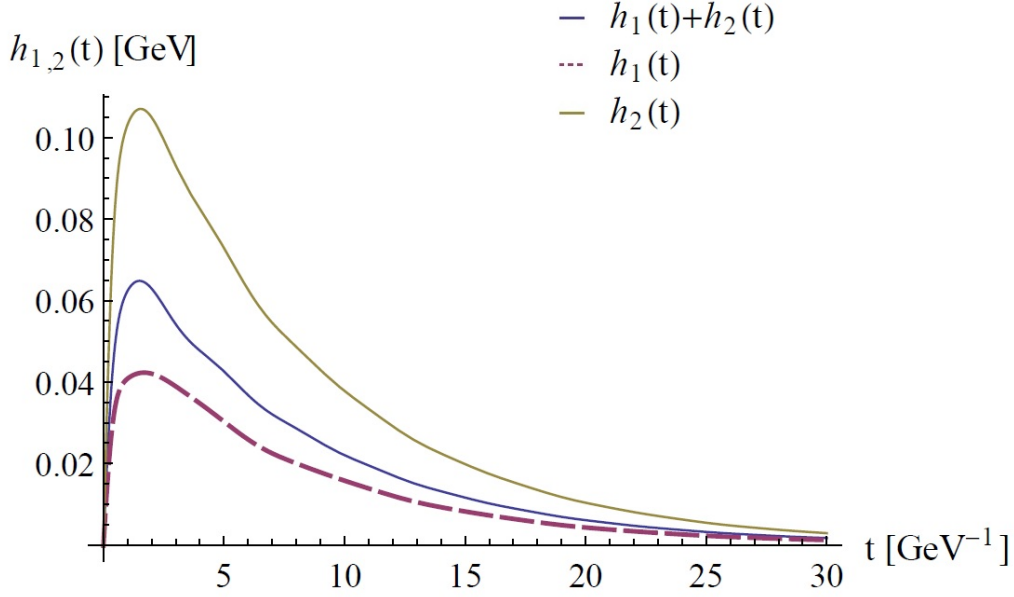
$$A_{MIX} = \frac{a_S^{(1)} a_S^{(2)*} + a_S^{(1)*} a_S^{(2)}}{2}, \quad (4.38)$$

$$h_1 = \frac{dA_1}{dt} - \frac{dA_{MIX}}{dt}, \quad (4.39)$$

$$h_2 = \frac{dA_2}{dt} - \frac{dA_{MIX}}{dt}. \quad (4.40)$$

Na Rys. (4.4) przedstawiono zależności $h_1(t)$ oraz $h_2(t)$, które zostały obliczone numerycznie w przypadku, gdy zmienne ze wzorów $\Gamma(m)$ miały wartości podane w tabeli (4.1).

Na Rys. (4.5) przedstawiono stosunek $h_1(t)/h_2(t)$ w funkcji czasu jako wynik obliczeń numerycznych. Jak pokazano poprzednio w granicy rozkładu Breita-Wignera stosunek ten ma stałą war-

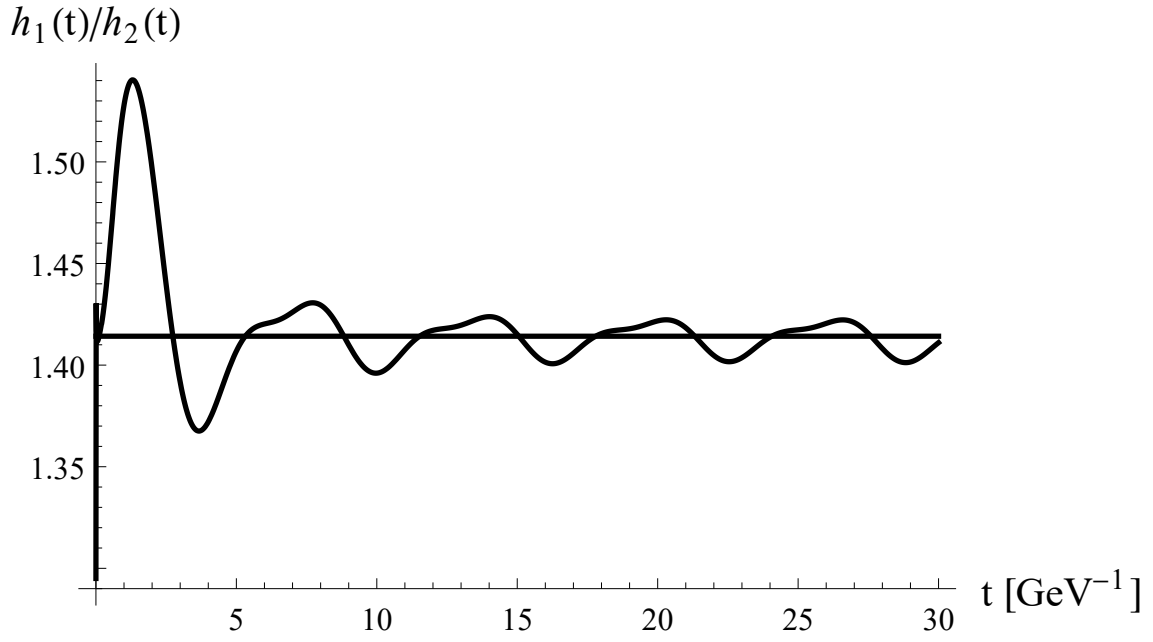


Rysunek 4.4: Gęstość prawdopodobieństwa $h_1(t) = \Gamma_1 e^{-\Gamma t}$ i $h_2(t) = \Gamma_2 e^{-\Gamma t}$ dla wartości: $g_1 = 0.25$ GeV, $g_2 = 0.25$ GeV, $\Lambda = 5$ GeV, $M = 2$ GeV, $M_{th1} = 0$ oraz $M_{th2} = 1$ GeV.

parametr	g_1	g_2	Λ	M	M_{th1}	M_{th2}	$\Gamma_1(M)$	$\Gamma_2(M)$	$\Gamma(M)$
wartość [GeV]	0.5	0.5	5	2	0	1	0.3	0.21	0.51

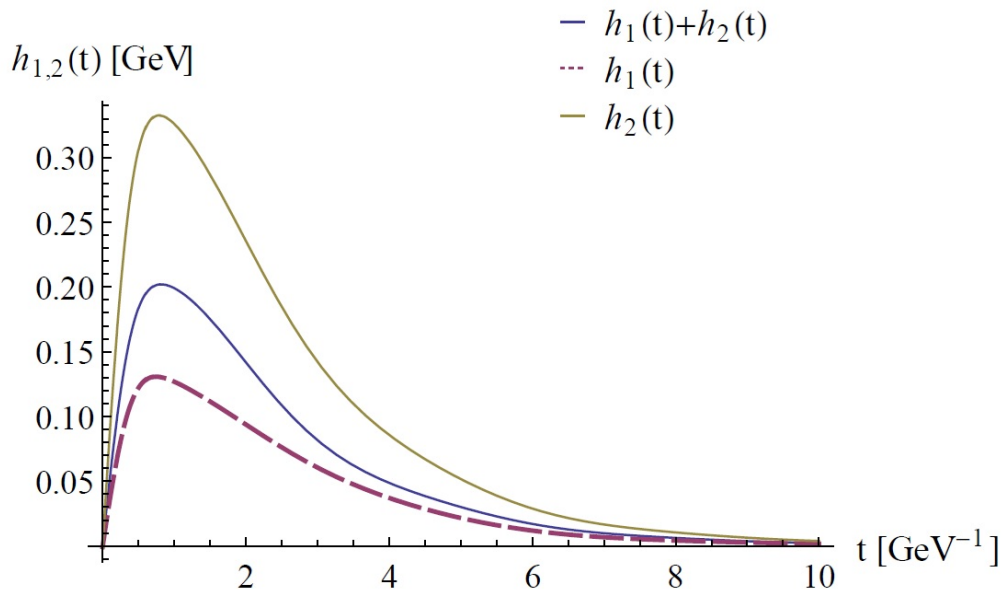
Tablica 4.2: Wartości użyte do utworzenia wykresu (4.6).

tość, jak pokazano w równaniu (4.28). Jednak wyniki numeryczne zmodyfikowanego rozpadu Breit-Wignera ukazują, że stosunek $h_1(t)$ do $h_2(t)$ posiada charakterystyczne oscylacje, jak również stałą wartość wynikającą z rozkładu Breit-Wignera. Dla różnych wartości numerycznych otrzymujemy jakościowo podobne zachowania stosunku $h_1(t)/h_2(t)$, co można zobaczyć na Rys. (4.6). Co ciekawe stosunek $h_1(t)/h_2(t)$ przedstawiony na Rys. (4.7) ma szerokie i długotrwałe oscylacje. W tym przypadku odchylenie od stałej danej przez zwykły

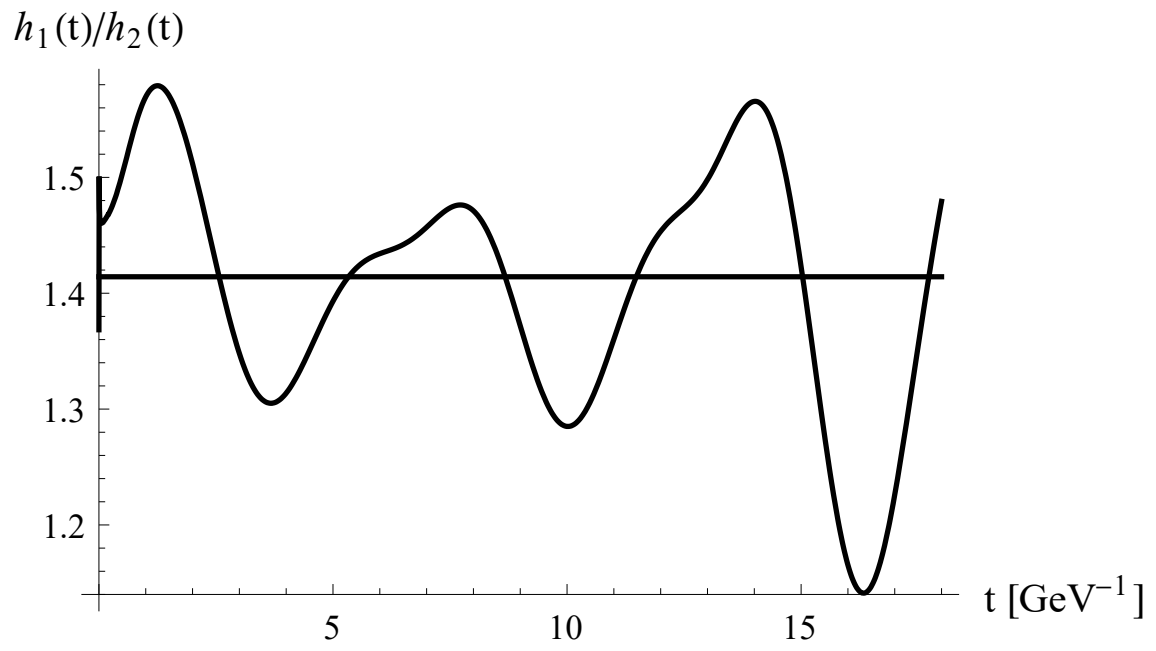


Rysunek 4.5: Stosunek $h_1(t)$ i $h_2(t)$ dla wartości $g_1 = 0.25$ GeV, $g_2 = 0.25$ GeV, $\Lambda = 5$ GeV, $M = 2$ GeV, $M_{th1} = 0$ GeV oraz $M_{th2} = 1$ GeV.

rozkład Breita-Wignera, są jasno widoczne nawet dla długich czasów. Jeśli istnieje możliwość fizycznej realizacji takiej sytuacji, to odchylenie od eksponencjalnego prawa rozkładu może zostać zaobserwowane w przypadku rozpadu w dwa kanały.



Rysunek 4.6: Gęstości prawdopodobieństw $h_1(t) = \Gamma_1 e^{-\Gamma t}$ i $h_2(t) = \Gamma_2 e^{-\Gamma t}$ dla wartości $g_1 = 0.5 \text{ GeV}$, $g_2 = 0.5 \text{ GeV}$, $\Lambda = 5 \text{ GeV}$, $M = 2 \text{ GeV}$, $M_{th1} = 0 \text{ GeV}$ oraz $M_{th2} = 1 \text{ GeV}$.



Rysunek 4.7: Stosunek $h_1(t)$ do $h_2(t)$ dla wartości $g_1 = 0.5 \text{ GeV}$, $g_2 = 0.5 \text{ GeV}$, $\Lambda = 5 \text{ GeV}$, $M = 2 \text{ GeV}$, $M_{th1} = 0 \text{ GeV}$ oraz $M_{th2} = 1 \text{ GeV}$.

Rozdział 5

Podsumowanie

Niniejsza praca poświęcona jest rozpadowi nieeksponencjalnemu, będącemu prawem rozpadu w funkcji czasu dla niestabilnej cząstki nazwanej S. Rozpatrywałam ten temat ogólnie, ponieważ dużo niestabilnych cząstek rozpada się w więcej niż jeden kanał. W moim przypadku rozważam rozpad możliwy w jeden jak i w dwa kanały.

W pierwszej części skupiałam się na rozpadzie do jednego kanału, korzystając z rozkładu energii Breita-Wignera

$$d_{S,BW}(m) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(m - M)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} . \quad (5.1)$$

Na podstawie powyższego wzoru byłam w stanie wyprowadzić równanie na prawdopodobieństwo przeżycia cząstki $P(t)$

$$P_{BW}(t) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} d_{S,BW}(m) e^{-imt} dm \right|^2 = e^{-\Gamma t} , \quad (5.2)$$

oraz gęstość prawdopodobieństwa $h(t)$ dla rozpadu Breita-Wignera, która wygląda następująco

$$h_{BW}(t) = -\frac{dP_{BW}}{dt} = \Gamma e^{-\Gamma t} . \quad (5.3)$$

W programie Mathematica natomiast zmodyfikowałam wzór funkcji spektralnej Breita-Wignera, gdzie $d_S(m) \neq d_{S,BW}(m)$, w przypadku gdy funkcje Γ zależna jest od masy

$$d_S(m) = N \cdot \frac{\Gamma(m)}{(m - M)^2 + \frac{\Gamma(m)^2}{4}} . \quad (5.4)$$

Sporządziłam wykresy, które miały na celu pokazanie różnic pomiędzy wzorem Breita-Wignera a jego modyfikacją w przypadku prawdopodobieństwa przeżycia cząstki

$$P(t) = \left| \int_0^{+\infty} d_S(m) e^{-imt} dm \right|^2 \neq e^{-\Gamma t}, \quad (5.5)$$

oraz gęstość prawdopodobieństwa

$$h(t) \neq \Gamma e^{-\Gamma t}, \quad (5.6)$$

jak również w przypadku gdy zmieniałam wartości stałych występujących we wzorze.

W rozdziale 4 skupiłam się na właściwości rozpadu cząstki do każdego z dwóch dostępnych kanałów. Ze wzoru Breita-Wignera na funkcję spektralną wyprowadziłam wzór na prawdopodobieństwo rozpadu do dwóch kanałów, $P_{BW}(t) = e^{-\Gamma t}$ oraz gęstość prawdopodobieństwa, które mają następującą postać:

$$h_{1,BW}(t) = \Gamma_1 e^{-\Gamma t}, \quad h_{2,BW}(t) = \Gamma_2 e^{-\Gamma t}. \quad (5.7)$$

Γ_1 oraz Γ_2 są częściowymi szerokościami rozpadu spełniającymi relację

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2. \quad (5.8)$$

Wynika z powyższych równań, że

$$\frac{h_{1,BW}(t)}{h_{2,BW}(t)} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = \text{const}. \quad (5.9)$$

Następnie zmodyfikowałam wzór funkcji spektralnej, która ma postać:

$$d_S(m) = N \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_1(m) + \Gamma_2(m)}{(m - M)^2 + \frac{(\Gamma_1(m) + \Gamma_2(m))^2}{4}}. \quad (5.10)$$

Wygenerowałam wykresy $h_1(t)$ oraz $h_2(t)$, które przedstawiają gęstość prawdopodobieństwa wystąpienia rozkładu do dwóch dostępnych kanałów w tym przypadku

$$h_1(t) \neq \Gamma_1 e^{-\Gamma t}, \quad h_2(t) \neq \Gamma_2 e^{-\Gamma t}. \quad (5.11)$$

oraz zmieniałam wartości stałych. Sporządziłam również wykres przedstawiający

$$\frac{h_1(t)}{h_2(t)} \neq \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} . \quad (5.12)$$

W swojej pracy pokazałam jak niestabilna cząstka S rozpada się do jednego kanału, jak i do dwóch kanałów. Na wykresach przedstawiłam różne prawdopodobieństwa dotyczące przyżycia albo rozpadu cząstki niestabilnej. Istnieją dane eksperymentalne dla rozpadu do jednego kanału, natomiast rozpad do dwóch kanałów nie posiada jeszcze danych eksperymentalnych. Moje wyniki z pracy dla rozpadu do dwóch kanałów są tylko przewidywaniami jak taki rozpad może wyglądać. Na chwilę obecną nie istnieją żadne dane eksperymentalne opisujące to zagadnienie. W celu zweryfikowania opisu teoretycznego przedstawionego w niniejszej pracy użyteczne mogą być wyniki przyszłych eksperymentów.

Rozdział 6

Dodatek

DODATEK A. Mathematica

Celem tego dodatku jest wprowadzenie do środowiska programu Mathematica, który posłużył jako narzędzie do wykonania obliczeń oraz sporządzenia wykresów przedstawionych w niniejszej pracy. Mathematica jest programem wszechstronnym używanym do obliczeń numerycznym lub symbolicznym.

Przedstawię funkcje, jak również przykładowe polecenia użyte w tej pracy. Pierwszym etapem jest przypisanie odpowiednich wartości stałych występujących w zagadnieniu oraz zdefiniowanie funkcji we wzorze, co pokazuje Rys. (6.1).

Program Mathematica umożliwia graficzne przedstawienie uzyskanych rezultatów. Na Rys. (6.2) przedstawiono wykres jednej z funkcji umieszczonej w jednym z powyższych rozdziałów.

W swojej pracy do wykonania wykresów w programie Mathematica użyłam funkcji do tworzenia tabel (6.3), które później wykorzystano do wygenerowania wykresów, co przedstawiono na Rys. (6.4).

Program Mathematica oferuje szeroki wybór usług graficznych. Pozwala tworzyć wykresy jednej, jak i dwóch zmiennych, eksportować wyniki pracy do innych programów. Przybliżone powyżej możliwości stanowią znikomą część, którą oferuje ten program.

mathematica.nb *

```

theta[x_] := If[x > 0, 1, 0];
gw := 0.5;
dw[m_] := gw^2 * e^(-pi^2/Apr^2) * (m - Mth1)^1/2 * theta[m - Mth1]

Apr := 2;
M0 := 2;
Mth1 := 0;

norm := 1 / NIntegrate[1/(2 * pi) * dw[m] / ((m - M0)^2 + (dw[m])^2/4), {m, 0, infinity}]

ds[m_] := norm * 1/(2 * pi) * dw[m] / ((m - M0)^2 + (dw[m])^2/4)

```

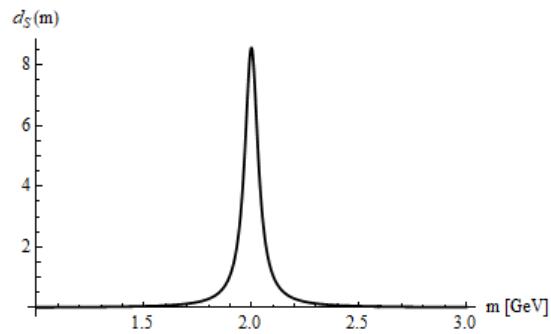
Rysunek 6.1: Przypisanie wartości liczbowych i definiowanie funkcji w programie Mathematica.

bwwithenergydependentwidth.nb

```

Plot[{ds[m]}, {m, 1, 3},
  AxesLabel -> {Style["m [GeV]", FontSize -> 13], Style["dS(m)", FontSize -> 13]},
  PlotRange -> All, PlotStyle -> {{Thickness[0.006], GrayLevel[0.0]}},
  TicksStyle -> Directive[FontSize -> 12]]
NIntegrate[ds[m], {m, 0, infinity}]

```



Rysunek 6.2: Tworzenie wykresów funkcji w programie Mathematica.

mathematica.nb *

```
asurv[t_] := NIntegrate[ds[m] * Exp[-i * t * m], {m, -∞, ∞}]
tabsurv = Table[{t, Abs[asurv[t]]^2}, {t, 0, 35, 0.1}]
{{0., 1.}, {0.1, 0.999349}, {0.2, 0.997405}, {0.3, 0.994193}, {0.4, 0.989754},
{0.5, 0.984142}, {0.6, 0.977428}, {0.7, 0.969693}, {0.8, 0.961025}, {0.9, 0.951525},
{1., 0.941294}, {1.1, 0.930439}, {1.2, 0.919068}, {1.3, 0.907287}, {1.4, 0.895199},
{1.5, 0.882902}, {1.6, 0.870489}, {1.7, 0.858044}, {1.8, 0.845643}, {1.9, 0.833353},
{2., 0.821232}, {2.1, 0.809327}, {2.2, 0.797676}, {2.3, 0.786306}, {2.4, 0.775236},
{2.5, 0.764478}, {2.6, 0.754032}, {2.7, 0.743895}, {2.8, 0.734056}, {2.9, 0.724499},
{3., 0.715205}, {3.1, 0.706151}, {3.2, 0.697313}, {3.3, 0.688667}, {3.4, 0.680185},
{3.5, 0.671845}, {3.6, 0.663623}, {3.7, 0.655498}, {3.8, 0.647452}, {3.9, 0.63947},
{4., 0.631539}, {4.1, 0.62365}, {4.2, 0.615798}, {4.3, 0.607981}, {4.4, 0.600197},
{4.5, 0.59245}, {4.6, 0.584746}, {4.7, 0.577089}, {4.8, 0.56949}, {4.9, 0.561955},
{5., 0.554496}, {5.1, 0.54712}, {5.2, 0.539838}, {5.3, 0.532656}, {5.4, 0.525583},
{5.5, 0.518624}, {5.6, 0.511784}, {5.7, 0.505064}, {5.8, 0.498467}, {5.9, 0.491992},
{6., 0.485637}, {6.1, 0.479398}, {6.2, 0.473271}, {6.3, 0.467251}, {6.4, 0.461331},
{6.5, 0.455504}, {6.6, 0.449764}, {6.7, 0.444103}, {6.8, 0.438514}, {6.9, 0.432992},
{7., 0.427529}, {7.1, 0.422122}, {7.2, 0.416766}, {7.3, 0.411458}, {7.4, 0.406197},
{7.5, 0.40098}, {7.6, 0.395807}, {7.7, 0.39068}, {7.8, 0.3856}, {7.9, 0.380569},
{8., 0.37558}, {8.1, 0.37065}, {8.2, 0.36572}, {8.3, 0.3608}, {8.4, 0.35588},
{8.5, 0.35096}, {8.6, 0.34604}, {8.7, 0.34112}, {8.8, 0.3362}, {8.9, 0.33128},
{9., 0.32636}, {9.1, 0.32144}, {9.2, 0.31652}, {9.3, 0.3116}, {9.4, 0.30668},
{9.5, 0.30176}, {9.6, 0.29684}, {9.7, 0.29192}, {9.8, 0.287}, {9.9, 0.28208},
{10., 0.27716}, {10.1, 0.27224}, {10.2, 0.26732}, {10.3, 0.2624}, {10.4, 0.25748},
{10.5, 0.25256}, {10.6, 0.24764}, {10.7, 0.24272}, {10.8, 0.2378}, {10.9, 0.23288},
{11., 0.22796}, {11.1, 0.22304}, {11.2, 0.21812}, {11.3, 0.2132}, {11.4, 0.20828},
{11.5, 0.20336}, {11.6, 0.19844}, {11.7, 0.19352}, {11.8, 0.1886}, {11.9, 0.18368},
{12., 0.17876}, {12.1, 0.17384}, {12.2, 0.16892}, {12.3, 0.164}, {12.4, 0.15908},
{12.5, 0.15416}, {12.6, 0.14924}, {12.7, 0.14432}, {12.8, 0.1394}, {12.9, 0.13448},
{13., 0.12956}, {13.1, 0.12464}, {13.2, 0.11972}, {13.3, 0.1148}, {13.4, 0.10988},
{13.5, 0.10496}, {13.6, 0.10004}, {13.7, 0.09512}, {13.8, 0.0902}, {13.9, 0.08528},
{14., 0.08036}, {14.1, 0.07544}, {14.2, 0.07052}, {14.3, 0.0656}, {14.4, 0.06068},
{14.5, 0.05576}, {14.6, 0.05084}, {14.7, 0.04592}, {14.8, 0.041}, {14.9, 0.03608},
{15., 0.03116}, {15.1, 0.02624}, {15.2, 0.02132}, {15.3, 0.0164}, {15.4, 0.01148},
{15.5, 0.00656}, {15.6, 0.00164}, {15.7, 0.00072}, {15.8, 0.0008}, {15.9, 0.00088},
{16., 0.00096}, {16.1, 0.00104}, {16.2, 0.00112}, {16.3, 0.0012}, {16.4, 0.00128},
{16.5, 0.00136}, {16.6, 0.00144}, {16.7, 0.00152}, {16.8, 0.0016}, {16.9, 0.00168},
{17., 0.00176}, {17.1, 0.00184}, {17.2, 0.00192}, {17.3, 0.002}, {17.4, 0.00208},
{17.5, 0.00216}, {17.6, 0.00224}, {17.7, 0.00232}, {17.8, 0.0024}, {17.9, 0.00248},
{18., 0.00256}, {18.1, 0.00264}, {18.2, 0.00272}, {18.3, 0.0028}, {18.4, 0.00288},
{18.5, 0.00296}, {18.6, 0.00304}, {18.7, 0.00312}, {18.8, 0.0032}, {18.9, 0.00328},
{19., 0.00336}, {19.1, 0.00344}, {19.2, 0.00352}, {19.3, 0.0036}, {19.4, 0.00368},
{19.5, 0.00376}, {19.6, 0.00384}, {19.7, 0.00392}, {19.8, 0.004}, {19.9, 0.00408},
{20., 0.00416}, {20.1, 0.00424}, {20.2, 0.00432}, {20.3, 0.0044}, {20.4, 0.00448},
{20.5, 0.00456}, {20.6, 0.00464}, {20.7, 0.00472}, {20.8, 0.0048}, {20.9, 0.00488},
{21., 0.00496}, {21.1, 0.00504}, {21.2, 0.00512}, {21.3, 0.0052}, {21.4, 0.00528},
{21.5, 0.00536}, {21.6, 0.00544}, {21.7, 0.00552}, {21.8, 0.0056}, {21.9, 0.00568},
{22., 0.00576}, {22.1, 0.00584}, {22.2, 0.00592}, {22.3, 0.006}, {22.4, 0.00608},
{22.5, 0.00616}, {22.6, 0.00624}, {22.7, 0.00632}, {22.8, 0.0064}, {22.9, 0.00648},
{23., 0.00656}, {23.1, 0.00664}, {23.2, 0.00672}, {23.3, 0.0068}, {23.4, 0.00688},
{23.5, 0.00696}, {23.6, 0.00704}, {23.7, 0.00712}, {23.8, 0.0072}, {23.9, 0.00728},
{24., 0.00736}, {24.1, 0.00744}, {24.2, 0.00752}, {24.3, 0.0076}, {24.4, 0.00768},
{24.5, 0.00776}, {24.6, 0.00784}, {24.7, 0.00792}, {24.8, 0.008}, {24.9, 0.00808},
{25., 0.00816}, {25.1, 0.00824}, {25.2, 0.00832}, {25.3, 0.0084}, {25.4, 0.00848},
{25.5, 0.00856}, {25.6, 0.00864}, {25.7, 0.00872}, {25.8, 0.0088}, {25.9, 0.00888},
{26., 0.00896}, {26.1, 0.00904}, {26.2, 0.00912}, {26.3, 0.0092}, {26.4, 0.00928},
{26.5, 0.00936}, {26.6, 0.00944}, {26.7, 0.00952}, {26.8, 0.0096}, {26.9, 0.00968},
{27., 0.00976}, {27.1, 0.00984}, {27.2, 0.00992}, {27.3, 0.01}, {27.4, 0.01008},
{27.5, 0.01016}, {27.6, 0.01024}, {27.7, 0.01032}, {27.8, 0.0104}, {27.9, 0.01048},
{28., 0.01056}, {28.1, 0.01064}, {28.2, 0.01072}, {28.3, 0.0108}, {28.4, 0.01088},
{28.5, 0.01096}, {28.6, 0.01104}, {28.7, 0.01112}, {28.8, 0.0112}, {28.9, 0.01128},
{29., 0.01136}, {29.1, 0.01144}, {29.2, 0.01152}, {29.3, 0.0116}, {29.4, 0.01168},
{29.5, 0.01176}, {29.6, 0.01184}, {29.7, 0.01192}, {29.8, 0.012}, {29.9, 0.01208},
{30., 0.01216}, {30.1, 0.01224}, {30.2, 0.01232}, {30.3, 0.0124}, {30.4, 0.01248},
{30.5, 0.01256}, {30.6, 0.01264}, {30.7, 0.01272}, {30.8, 0.0128}, {30.9, 0.01288},
{31., 0.01296}, {31.1, 0.01304}, {31.2, 0.01312}, {31.3, 0.0132}, {31.4, 0.01328},
{31.5, 0.01336}, {31.6, 0.01344}, {31.7, 0.01352}, {31.8, 0.0136}, {31.9, 0.01368},
{32., 0.01376}, {32.1, 0.01384}, {32.2, 0.01392}, {32.3, 0.014}, {32.4, 0.01408},
{32.5, 0.01416}, {32.6, 0.01424}, {32.7, 0.01432}, {32.8, 0.0144}, {32.9, 0.01448},
{33., 0.01456}, {33.1, 0.01464}, {33.2, 0.01472}, {33.3, 0.0148}, {33.4, 0.01488},
{33.5, 0.01496}, {33.6, 0.01504}, {33.7, 0.01512}, {33.8, 0.0152}, {33.9, 0.01528},
{34., 0.01536}, {34.1, 0.01544}, {34.2, 0.01552}, {34.3, 0.0156}, {34.4, 0.01568},
{34.5, 0.01576}, {34.6, 0.01584}, {34.7, 0.01592}, {34.8, 0.016}, {34.9, 0.01608},
{35., 0.01616}, {35.1, 0.01624}, {35.2, 0.01632}, {35.3, 0.0164}, {35.4, 0.01648},
{35.5, 0.01656}, {35.6, 0.01664}, {35.7, 0.01672}, {35.8, 0.0168}, {35.9, 0.01688},
{36., 0.01696}, {36.1, 0.01704}, {36.2, 0.01712}, {36.3, 0.0172}, {36.4, 0.01728},
{36.5, 0.01736}, {36.6, 0.01744}, {36.7, 0.01752}, {36.8, 0.0176}, {36.9, 0.01768},
{37., 0.01776}, {37.1, 0.01784}, {37.2, 0.01792}, {37.3, 0.018}, {37.4, 0.01808},
{37.5, 0.01816}, {37.6, 0.01824}, {37.7, 0.01832}, {37.8, 0.0184}, {37.9, 0.01848},
{38., 0.01856}, {38.1, 0.01864}, {38.2, 0.01872}, {38.3, 0.0188}, {38.4, 0.01888},
{38.5, 0.01896}, {38.6, 0.01904}, {38.7, 0.01912}, {38.8, 0.0192}, {38.9, 0.01928},
{39., 0.01936}, {39.1, 0.01944}, {39.2, 0.01952}, {39.3, 0.0196}, {39.4, 0.01968},
{39.5, 0.01976}, {39.6, 0.01984}, {39.7, 0.01992}, {39.8, 0.02}, {39.9, 0.02008},
{40., 0.02016}, {40.1, 0.02024}, {40.2, 0.02032}, {40.3, 0.0204}, {40.4, 0.02048},
{40.5, 0.02056}, {40.6, 0.02064}, {40.7, 0.02072}, {40.8, 0.0208}, {40.9, 0.02088},
{41., 0.02096}, {41.1, 0.02104}, {41.2, 0.02112}, {41.3, 0.0212}, {41.4, 0.02128},
{41.5, 0.02136}, {41.6, 0.02144}, {41.7, 0.02152}, {41.8, 0.0216}, {41.9, 0.02168},
{42., 0.02176}, {42.1, 0.02184}, {42.2, 0.02192}, {42.3, 0.022}, {42.4, 0.02208},
{42.5, 0.02216}, {42.6, 0.02224}, {42.7, 0.02232}, {42.8, 0.0224}, {42.9, 0.02248},
{43., 0.02256}, {43.1, 0.02264}, {43.2, 0.02272}, {43.3, 0.0228}, {43.4, 0.02288},
{43.5, 0.02296}, {43.6, 0.02304}, {43.7, 0.02312}, {43.8, 0.0232}, {43.9, 0.02328},
{44., 0.02336}, {44.1, 0.02344}, {44.2, 0.02352}, {44.3, 0.0236}, {44.4, 0.02368},
{44.5, 0.02376}, {44.6, 0.02384}, {44.7, 0.02392}, {44.8, 0.024}, {44.9, 0.02408},
{45., 0.02416}, {45.1, 0.02424}, {45.2, 0.02432}, {45.3, 0.0244}, {45.4, 0.02448},
{45.5, 0.02456}, {45.6, 0.02464}, {45.7, 0.02472}, {45.8, 0.0248}, {45.9, 0.02488},
{46., 0.02496}, {46.1, 0.02504}, {46.2, 0.02512}, {46.3, 0.0252}, {46.4, 0.02528},
{46.5, 0.02536}, {46.6, 0.02544}, {46.7, 0.02552}, {46.8, 0.0256}, {46.9, 0.02568},
{47., 0.02576}, {47.1, 0.02584}, {47.2, 0.02592}, {47.3, 0.026}, {47.4, 0.02608},
{47.5, 0.02616}, {47.6, 0.02624}, {47.7, 0.02632}, {47.8, 0.0264}, {47.9, 0.02648},
{48., 0.02656}, {48.1, 0.02664}, {48.2, 0.02672}, {48.3, 0.0268}, {48.4, 0.02688},
{48.5, 0.02696}, {48.6, 0.02704}, {48.7, 0.02712}, {48.8, 0.0272}, {48.9, 0.02728},
{49., 0.02736}, {49.1, 0.02744}, {49.2, 0.02752}, {49.3, 0.0276}, {49.4, 0.02768},
{49.5, 0.02776}, {49.6, 0.02784}, {49.7, 0.02792}, {49.8, 0.028}, {49.9, 0.02808},
{50., 0.02816}, {50.1, 0.02824}, {50.2, 0.02832}, {50.3, 0.0284}, {50.4, 0.02848},
{50.5, 0.02856}, {50.6, 0.02864}, {50.7, 0.02872}, {50.8, 0.0288}, {50.9, 0.02888},
{51., 0.02896}, {51.1, 0.02904}, {51.2, 0.02912}, {51.3, 0.0292}, {51.4, 0.02928},
{51.5, 0.02936}, {51.6, 0.02944}, {51.7, 0.02952}, {51.8, 0.0296}, {51.9, 0.02968},
{52., 0.02976}, {52.1, 0.02984}, {52.2, 0.02992}, {52.3, 0.03}, {52.4, 0.03008},
{52.5, 0.03016}, {52.6, 0.03024}, {52.7, 0.03032}, {52.8, 0.0304}, {52.9, 0.03048},
{53., 0.03056}, {53.1, 0.03064}, {53.2, 0.03072}, {53.3, 0.0308}, {53.4, 0.03088},
{53.5, 0.03096}, {53.6, 0.03104}, {53.7, 0.03112}, {53.8, 0.0312}, {53.9, 0.03128},
{54., 0.03136}, {54.1, 0.03144}, {54.2, 0.03152}, {54.3, 0.0316}, {54.4, 0.03168},
{54.5, 0.03176}, {54.6, 0.03184}, {54.7, 0.03192}, {54.8, 0.032}, {54.9, 0.03208},
{55., 0.03216}, {55.1, 0.03224}, {55.2, 0.03232}, {55.3, 0.0324}, {55.4, 0.03248},
{55.5, 0.03256}, {55.6, 0.03264}, {55.7, 0.03272}, {55.8, 0.0328}, {55.9, 0.03288},
{56., 0.03296}, {56.1, 0.03304}, {56.2, 0.03312}, {56.3, 0.0332}, {56.4, 0.03328},
{56.5, 0.03336}, {56.6, 0.03344}, {56.7, 0.03352}, {56.8, 0.0336}, {56.9, 0.03368},
{57., 0.03376}, {57.1, 0.03384}, {57.2, 0.03392}, {57.3, 0.034}, {57.4, 0.03408},
{57.5, 0.03416}, {57.6, 0.03424}, {57.7, 0.03432}, {57.8, 0.0344}, {57.9, 0.03448},
{58., 0.03456}, {58.1, 0.03464}, {58.2, 0.03472}, {58.3, 0.0348}, {58.4, 0.03488},
{58.5, 0.03496}, {58.6, 0.03504}, {58.7, 0.03512}, {58.8, 0.0352}, {58.9, 0.03528},
{59., 0.03536}, {59.1, 0.03544}, {59.2, 0.03552}, {59.3, 0.0356}, {59.4, 0.03568},
{59.5, 0.03576}, {59.6, 0.03584}, {59.7, 0.03592}, {59.8, 0.036}, {59.9, 0.03608},
{60., 0.03616}, {60.1, 0.03624}, {60.2, 0.03632}, {60.3, 0.0364}, {60.4, 0.03648},
{60.5, 0.03656}, {60.6, 0.03664}, {60.7, 0.03672}, {60.8, 0.0368}, {60.9, 0.03688},
{61., 0.03696}, {61.1, 0.03704}, {61.2, 0.03712}, {61.3, 0.0372}, {61.4, 0.03728},
{61.5, 0.03736}, {61.6, 0.03744}, {61.7, 0.03752}, {61.8, 0.0376}, {61.9, 0.03768},
{62., 0.03776}, {62.1, 0.03784}, {62.2, 0.03792}, {62.3, 0.038}, {62.4, 0.03808},
{62.5, 0.03816}, {62.6, 0.03824}, {62.7, 0.03832}, {62.8, 0.0384}, {62.9, 0.03848},
{63., 0.03856}, {63.1, 0.03864}, {63.2, 0.03872}, {63.3, 0.0388}, {63.4, 0.03888},
{63.5, 0.03896}, {63.6, 0.03904}, {63.7, 0.03912}, {63.8, 0.0392}, {63.9, 0.03928},
{64., 0.03936}, {64.1, 0.03944}, {64.2, 0.03952}, {64.3, 0.0396}, {64.4, 0.03968},
{64.5, 0.03976}, {64.6, 0.03984}, {64.7, 0.03992}, {64.8, 0.04}, {64.9, 0.04008},
{65., 0.04016}, {65.1, 0.04024}, {65.2, 0.04032}, {65.3, 0.0404}, {65.4, 0.04048},
{65.5, 0.04056}, {65.6, 0.04064}, {65.7, 0.04072}, {65.8, 0.0408}, {65.9, 0.04088},
{66., 0.04096}, {66.1, 0.04104}, {66.2, 0.04112}, {66.3, 0.0412}, {66.4, 0.04128},
{66.5, 0.04136}, {66.6, 0.04144}, {66.7, 0.04152}, {66.8, 0.0416}, {66.9, 0.04168},
{67., 0.04176}, {67.1, 0.04184}, {67.2, 0.04192}, {67.3, 0.042}, {67.4, 0.04208},
{67.5, 0.04216}, {67.6, 0.04224}, {67.7, 0.04232}, {67.8, 0.0424}, {67.9, 0.04248},
{68., 0.04256}, {68.1, 0.04264}, {68.2, 0.04272}, {68.3, 0.0428}, {68.4, 0.04288},
{68.5, 0.04296}, {68.6, 0.04304}, {68.7, 0.04312}, {68.8, 0.0432}, {68.9, 0.04328},
{69., 0.04336}, {69.1, 0.04344}, {69.2, 0.04352}, {69.3, 0.0436}, {69.4, 0.04368},
{69.5, 0.04376}, {69.6, 0.04384}, {69.7, 0.04392}, {69.8, 0.044}, {69.9, 0.04408},
{70., 0.04416}, {70.1, 0.04424}, {70.2, 0.04432}, {70.3, 0.0444}, {70.4, 0.04448},
{70.5, 0.04456}, {70.6, 0.04464}, {70.7, 0.04472}, {70.8, 0.0448}, {70.9, 0.04488},
{71., 0.04496}, {71.1, 0.04504}, {71.2, 0.04512}, {71.3, 0.0452}, {71.4, 0.04528},
{71.5, 0.04536}, {71.6, 0.04544}, {71.7, 0.04552}, {71.8, 0.0456}, {71.9, 0.04568},
{72., 0.04576}, {72.1, 0.04584}, {72.2, 0.04592}, {72.3, 0.046}, {72.4, 0.04608},
{72.5, 0.04616}, {72.6, 0.04624}, {72.7, 0.04632}, {72.8, 0.0464}, {72.9, 0.04648},
{73., 0.04656}, {73.1, 0.04664}, {73.2, 0.04672}, {73.3, 0.0468}, {73.4, 0.04688},
{73.5, 0.04696}, {73.6, 0.04704}, {73.7, 0.04712}, {73.8, 0.0472}, {73.9, 0.04728},
{74., 0.04736}, {74.1, 0.04744}, {74.2, 0.04752}, {74.3, 0.0476}, {74.4, 0.04768},
{74.5, 0.04776}, {74.6, 0.04784}, {74.7, 0.04792}, {74.8, 0.048}, {74.9, 0.04808},
{75., 0.04816}, {75.1, 0.04824}, {75.2, 0.04832}, {75.3, 0.0484}, {75.4, 0.04848},
{75.5, 0.04856}, {75.6, 0.04864}, {75.7, 0.04872}, {75.8, 0.0488}, {75.9, 0.04888},
{76., 0.04896}, {76.1, 0.04904}, {76.2, 0.04912}, {76.3, 0.0492}, {76.4, 0.04928},
{76.5, 0.04936}, {76.6, 0.04944}, {76.7, 0.04952}, {76.8, 0.0496}, {76.9, 0.04968},
{77., 0.04976}, {77.1, 0.04984}, {77.2, 0.04992}, {77.3, 0.05}, {77.4, 0.05008},
{77.5, 0.05016}, {77.6, 0.05024}, {77.7, 0.05032}, {77.8, 0.0504}, {77.9, 0.05048},
{78., 0.05056}, {78.1, 0.05064}, {78.2, 0.05072}, {78.3, 0.0508}, {78.4, 0.05088},
{78.5, 0.05096}, {78.6, 0.05104}, {78.7, 0.05112}, {78.8, 0.0512}, {78.9, 0.05128},
{79., 0.05136}, {79.1, 0.05144}, {79.2, 0.05152}, {79.3, 0.0516}, {79.4, 0.05168},
{79.5, 0.05176}, {79.6, 0.05184}, {79.7, 0.05192}, {79.8, 0.052}, {79.9, 0.05208},
{80., 0.05216}, {80.1, 0.05224}, {80.2, 0.05232}, {80.3, 0.0524}, {80.4, 0.05248},
{80.5, 0.05256}, {80.6, 0.05264}, {80.7, 0.05272}, {80.8, 0.0528}, {80.9, 0.05288},
{81., 0.05296}, {81.1, 0.05304}, {81.2, 0.05312}, {81.3, 0.0532}, {81.4, 0.05328},
{81.5, 0.05336}, {81.6, 0.05344}, {81.7, 0.05352}, {81.8, 0.0536}, {81.9, 0.05368},
{82., 0.05376}, {82.1, 0.05384}, {82.2, 0.05392}, {82.3, 0.054}, {82.4, 0.05408},
{82.5, 0.05416}, {82.6, 0.05424}, {82.7, 0.05432}, {82.8, 0.0544}, {82.9, 0.05448},
{83., 0.05456}, {83.1, 
```


Bibliografia

- [1] V. Weisskopf and E. Wigner, *Over the natural line width in the radiation of the harmonius oscillator*, Z. Phys. **65** (1930) 18.
- [2] G. Breit *Theory of resonance reactions and allied topics*, Handbuch der Physik, 41 1, 1959.
- [3] K. Raczyńska, K. Urbanowski: *Survival amplitude, instantaneous energy and decay rate of an unstable system: Analytical results*, Acta Phys. Polon. B **49** (2018) 1683 [arXiv:1802.01441 [quant-ph]].
- [4] A. Wyrzykowski, *Analysis of the Breakdown of Exponential Decays of Resonances*, arXiv:1801.02350.
- [5] L.A. Khalfin, *Contribution to the decay theory of a quasi-stationary state*, Sov. Phys. JETP6, 1053–1063 (1958).
- [6] R.G. Winter, *Evolution of a quasi-stationary state*, Phys. Rev. 123, 1503–1507 (1961).
- [7] C. Rothe, S. I. Hintschich, A. P. Monkman. *Violation of the Exponential- Decey Law A Long Times*, Phys. Rev. Lett. 96, 163601 2006.
- [8] S. Pascazio *All you ever wanted to know about the quantum Zeno effect in 70 minutes*, Proceedings of the symposium on Mathematical Physics on New Developments in the Theory of Open Quantum SystemsÓpen Sys. Information Dyn. 21, 1440007 (2014).

- [9] L. Fonda, G. C. Ghirardi and A. Rimini, *Decay Theory of Unstable Quantum Systems*, Rept. Prog. Phys. **41** (1978) 587.
- [10] B. Misra and E. C. G. Sudarshan, *The Zeno's Paradox in Quantum Theory*, J. Math. Phys. **18** (1977) 756.
- [11] J. J. Sakurai and J. Napolitano. *Modern quantum physics*, Cambridge University Press, 2017.
- [12] M. C. Fischer, B. Gutiérrez-Medina and M. G. Raizen. *Observation of the Quantum Zeno and Anti- Zeno Effects in an Unstable System*, Phys. Rev .Lett. 87 040402 2001.
- [13] R. Wilkinson, C. F. Bharucha, M. C. Fischer, K. W. Madison, P. R. Morrow, Q. Niu, B. Sundaram, M. G. Raizen *Experimental evidence for non-exponential decay in quantum tunnelling*, Nature 387, 575, 1997.
- [14] F. Giacosa: *Non-exponential decay in quantum field theory and in quantum mechanics: the case of two (or more) decay channels*, Found. Phys. **42** (2012) 1262 [arXiv:1110.5923 [nucl-th]].
- [15] L. Feynman: *Feynmana wykłady z fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN 2014.
- [16] R. Shankar: *Mechanika kwantowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
- [17] F. Giacosa and G. Pagliara, *Deviation from the exponential decay law in relativistic quantum field theory: the example of strongly decaying particles*, Mod. Phys. Lett. A **26** (2011) 2247.
- [18] G. Pagliara and F. Giacosa, *Non Exponential Decays of Hadrons*, Acta Phys. Polon. Supp. **4** (2011) 753.

- [19] M. Peshkin, A. Volya and V. Zelevinsky, *Non-exponential and oscillatory decays in quantum mechanics*, EPL **107** (2014) no. 4, 40001.