

UNIwersytet JANA KOCHANOWSKIEGO
W KIELCACH

WYDZIAŁ MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZY
Kierunek: Fizyka techniczna

Barbara Rusek
Numer albumu 119581

Praca inżynierska

Reakcje typu bootstrap

Promotor pracy:
dr hab. Prof. UJK Francesco Giacosa

Praca przyjęta pod względem
merytorycznym i formalnym
w formie papierowej i elektronicznej

.....

Kielce 2018

Słowa podziękowania kieruję do mojego Promotora dr hab. Prof. UJK Francesco Giacosa, którego wsparcie i opieka naukowa były kluczowym elementem podczas powstawania mojej pracy.

Składam serdeczne podziękowania Recenzentowi dr hab. prof. UJK Maciejowi Rybczyńskiemu za poświęcony czas i podjęty trud opiniowania mojej pracy.

Pragnę złożyć wyrazy wdzięczności dla mgr Mileny Piotrowskiej za zaangażowanie, cenne wskazówki i merytoryczną pomoc.

Spis treści

Wstęp	6
Prawo rozpadu.....	11
2.1 Rozpad promieniotwórczy	11
2.2 Czas połowicznego rozpadu	13
Widmo rozkładu masy	14
3.1 Kinematyka rozpadów dwuciałowych	14
3.2 Szerokość rozpadu	15
3.3 Rozpad $b_1(1235) \rightarrow \omega(782) + \pi(139)$	16
3.4 Rozpad $b_1(1235) \rightarrow K^*(892) + K(494)$	17
3.5 Rozpad $b_1(1235) \rightarrow \rho(775) + \eta(547)$	21
Rozpady „bootstrap”	24
4.1 Rozpad $a_1(1260) \rightarrow f_0(1370) + \pi(139)$	25
4.2 Rozpad $f_0(1370) \rightarrow a_1(1260) + \pi(139)$	28
Podsumowanie	30
Dodatki	31
DODATEK A. Naturalny układ jednostek	31
DODATEK B. Mathematica	33
Bibliografia	37

ROZDZIAŁ 1

Wstęp

W przyrodzie występują zaledwie cztery rodzaje fundamentalnych sił. W niniejszej pracy skupiam się na oddziaływaniach silnych, odpowiedzialnych za istnienie hadronów. Prawie wszyscy przyzwyczaili się do tego, że cała materia jest zbiorem atomów. Jądra atomowe to zlepki protonów i neutronów, cząstek składających się z trzech kwarków górnych i dolnych. Kwarki te są złączone dzięki oddziaływaniom przenoszonym przez gluony. Ten układ nazywamy Modelem Standardowym. Jest to piękny schemat z dobrze zdefiniowanymi regułami obliczeń, potwierdzony eksperymentami. Tym niemniej nadal zawiera wiele nurtujących pytań, na które ciągle poszukujemy odpowiedzi. Model Standardowy pokazuje ogromny zasób wiedzy o naturze, który można uznać za podsumowanie 400 lat fizyki [1].

Około 1960 r. sytuacja w fizyce cząstek elementarnych była bardzo niejasna. Podstawowe cząsteczki tj. foton, elektron, neutrino, mion były znane, ale każdy eksperyment wykrywał kolejne. Główna wspólna cecha tych cząsteczek, to że silnie oddziałują ze sobą. W pewnym momencie schemat klasyfikacji dla wszystkich tych cząsteczek został przedstawiony i sytuacja znacznie się wyjaśniła. W tej erze teoria fizyki cząstek elementarnych była zdominowana przez Gell-Manna, który przyczynił się do procesu systematyzacji i klasyfikacji tych cząsteczek. Rezultatem tych obszernych eksperymentów było odkrycie kwarków i zrozumienie, że wszystkie te nowe cząsteczki, w tym proton i neutron mają zróżnicowaną strukturę wewnętrzną [1].

Teoria oddziaływania fotonów z naładowanymi cząstkami jest powszechnie nazywana elektrodynamiką kwantową (QED) i opisuje oddziaływania elektromagnetyczne. Nazywamy ją kwantowym uogólnieniem elektrodynamiki klasycznej. Tłumaczy ona takie sytuacje jak rozszczepianie poziomów energetycznych atomu w polach magnetycznych i elektrycznych oraz wzrost liczby linii widmowych. Podobnie kwantowa teoria pola charakteryzująca oddziaływanie silne to chromodynamika kwantowa (QCD). QCD dysponuje dwoma osobnymi właściwościami:

- **Uwięzienie koloru**, które mówi nam, że siła pomiędzy kwarkami nie słabnie, gdy są rozdzielone. W konsekwencji potrzeba nieskończenie wiele energii,

żeby rozdzielić dwa kwarki. Ukazują się one na zawsze związane w hadronach, takich jak neutron czy proton. Twierdzi się, że zjawisko uwięzienia jest prawdziwe, gdyż wyjaśnia niepowodzenie poszukiwań wolnych kwarków. Natomiast nie jest to analitycznie udowodnione.

- **Swoboda asymptotyczna**, która implikuje, że w wysoko energetycznych reakcjach gluony i kwarki oddziałują niezwykle słabo [2].

Na mikroświat składają się 3 poziomy, które mają odrębne rozmiary i energie. Pierwszym z nich jest poziom cząsteczkowo-atomowy. Drugi to poziom jądrowy. Trzeci poziom nazwany „cząstkami elementarnymi” można dalej podzielić na 3 klasy:

- leptony,
- hadrony,
- nośniki oddziaływań.

W swojej pracy przedstawię rozpady hadronów, czyli cząstek elementarnych uczestniczących w oddziaływaniach silnych (zwanych jądrowymi) zbudowanych z kwarków. Nośniki oddziaływań, jak sama nazwa wskazuje przenoszą oddziaływania. Podstawowymi składnikami materii są leptony i kwarki. Grupują się one w trzy rodziny. Kwarki w każdej rodzinie występują w trzech kolorach. Znamy sześć kwarków i sześć antykwarków. Para kwark i jego antykwark ma zawsze biały (zerowy) kolor wypadkowy. Kolor pod pewnymi względami kojarzy nam się z ładunkiem elektrycznym, z tym, że fotony pośredniczą w oddziaływaniach elektromagnetycznych, a nośnikami oddziaływań silnych są gluony [3].

Tabela 1.1. Podział kwarków i leptonów na trzy rodziny.

Kwark	Masa [GeV/c ²]	Ładunek elektryczny [e]	Lepton	Masa [GeV/c ²]	Ładunek elektryczny [e]
u (górny)	0,005	$\frac{2}{3}$	neutrino elektronowe	$<7 \cdot 10^{-9}$	0
d (dolny)	0,01	$-\frac{1}{3}$	elektron	0,000511	-1
c (powabny)	1,5	$\frac{2}{3}$	neutrino minowe	$<0,0003$	0
s (dziwny)	0,2	$-\frac{1}{3}$	mion	0,106	-1
t (prawdziwy)	180	$\frac{2}{3}$	neutrino kaonowe	$<0,03$	0
b (piękny)	4,7	$-\frac{1}{3}$	kaon	1,7771	-1

Konwencjonalne hadrony złożone są z kwarków występujących przeważnie w konwencji trzy kwarki (qqq), trzy antykwarki ($\bar{q}\bar{q}\bar{q}$) lub parami ($q\bar{q}$). Poza tym przyjętym obrazem istnieją prawdopodobnie obiekty o bardziej złożonej strukturze, które nazywamy mezonami niekonwencjonalnymi, np. tetrakwarki, hybrydy, glueballe. Właściwością hadronów jest ich liczba barionowa oraz całkowity ładunek elektryczny. Budujące je kwarki: dolny „d” (down), górny „u” (up), dziwny „s” (strange), powabny „c” (charm), piękny/niski „b” (beauty/bottom) i prawdziwy/wysoki „t” (truth/top) mają ładunki ułamkowe ($\frac{2}{3}e$ lub $-\frac{1}{3}e$) i spin $\frac{1}{2}$ [4].

Hadrony o spinach połówkowych (będące fermionami) są barionami. Przykładem jest proton czy neutron, wspólnie nazywane nukleonami. Konwencjonalne bariony są to hadrony składające się z trzech kwarków. Definiuje je niezerowa liczba kwantowa nazywana liczbą barionową $B=1$ [4].

Hadrony o spinach całkowitych (będące bozonami) nazywamy mezonami. Są one tworami bardzo niestabilnymi, ponieważ zbudowane są z pary kwark–antykwark.

Stabilnym produktem rozpadów mezonów są elektrony lub fotony. Mezony można zaobserwować jako produkty zderzeń cząstek o wysokiej energii. Mogą występować samodzielnie. Posiadają liczbę barionową $B=0$ i nie podlegają zakazowi Pauliego, czyli mogą występować w tym samym stanie kwantowym. Nazwa mezon (po grecku mesos znaczy pośredni) dotyczy cząstek o masie pomiędzy masą elektronu a masą protonu. Obecnie zalicza się do nich także wiele rezonansów, których masa jest większa od masy protonu. Do trwałych mezonów należą π (piony), K (kaony), η , D i B , a do rezonansów mezonowych: ρ , ω , ϕ , J/ψ i Y [5].

Tabela 1.2. Sugerowany $q\bar{q}$ model kwarków dla niestabilnych mezonów.

n^{2s+1}	J^{PC}	$I=1$ $u\bar{d}, \bar{u}d, \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{d}\bar{d} - u\bar{u})$	$I = \frac{1}{2}$ $u\bar{s}, d\bar{s}, \bar{d}s, -\bar{u}s$	$I=0$ f'	$I=0$ f	θ_{quad} [°]	θ_{in} [°]
1^1S_0	0^{+-}	π	K	η	$\eta' (958)$	-11.3	-24.5
1^3S_1	1^{--}	$\rho (770)$	$K^* (892)$	$\Phi (1020)$	$\omega (782)$	39.2	36.5
1^1P_1	1^{+-}	$b_1 (1235)$	K_{1B}^+	$h_1 (1380)$	$h_1 (1170)$		
1^3P_0	0^{++}	$a_0 (1450)$	$K_0^* (1430)$	$f_0 (1710)$	$f_0 (1370)$		
1^3P_1	1^{++}	$a_1 (1260)$	K_{1A}^+	$f_1 (1420)$	$f_1 (1285)$		

Praca składa się z pięciu rozdziałów i dwóch dodatków. W pierwszym rozdziale zawarte jest krótkie wprowadzenie do fizyki cząstek elementarnych. Drugi rozdział poświęcony jest radioaktywności, jego naturze i pojęciami z nią związanymi. Dzięki tym wiadomościom zrozumiemy podstawy, które ułatwią nam przyswojenie późniejszych obliczeń i wykresów. Wytlumaczę, że promieniowanie jonizujące jest częścią naszego środowiska i dzięki jego zastosowaniu uratowano zdrowie i życie milionów ludzi. Źródła promieniowania mają ogromne zastosowanie w życiu codziennym i nie ma powodu, aby czuć jakikolwiek strach, co nie znaczy, że powinniśmy bagatelizować reguły bezpiecznej pracy ze źródłami promieniotwórczymi [6].

Niniejsza praca tyczy się rekacji typu bootstrap. W trzecim, czwartym i piątym rozdziale skupię się na podaniu konkretnych przykładów i obserwacji rozkładu mas cząstek.

Ważnym aspektem jest zwrócenie uwagi na początkowe masy cząstek, biorących udział w rozpadach. Celem mojej pracy jest pokazanie, że cząstki nie mają zdefiniowanej masy. Ich nominalna masa określona jest przez maksimum rozkładu, dlatego możliwe są reakcje, w których suma mas produktów jest większa niż masa początkowej cząstki ulegającej rozpadowi. Zbadam rozpady najlżejszych mezonów pseudowektorowych (interpretowanych, jako stany kwark-antykwar) w mezony wektorowe i pseudoskalarne. Zrozumienie mas hadronowych i rozpadów za pomocą modeli hadronów, które zawierają niektóre z symetrii leżących u podstaw teorii kwarków i gluonów (Chromodynamika kwantowa, QCD), jest ważnym zadaniem współczesnej fizyki cząstek elementarnych [7, 8, 9].

Wszystkie wykresy funkcji oraz obliczenia zamieszczone w tej pracy, zostały wykonane za pomocą programu Mathematica firmy Wolfram Research. W rozdziale szóstym przybliżę funkcjonowanie programu poprzez dokładny opis działania oraz zilustrowanie funkcji potrzebnych do przeprowadzenia obliczeń i wykresów użytych w niniejszej pracy. Mathematica zawiera bogactwo funkcji, dzięki czemu jest jednym z najbardziej popularnych programów do wykonywania obliczeń symbolicznych i numerycznych, zarówno dla matematyków, fizyków jak i wielu innych [10].

W tej pracy stosuję naturalny układ jednostek, którego szczegóły zamieściłam w rozdziale szóstym „Dodatek”. Jest to zestaw jednostek miary zaproponowany przez Maxa Plancka, często wykorzystywany w fizyce. Definiuje się go jako kombinację pięciu fundamentalnych stałych fizycznych, które przyjmują wartość jeden. Należą do nich: prędkość światła w próżni (c), stała grawitacyjna (G), zredukowana stała Plancka ($\hbar$), czynnik stały z prawa Coulomba ($\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$) i stała Boltzmanna (k). Dzięki temu uprościłam wiele równań fizycznych poprzez pozbycie się liczbowych wartości stałych [11].

ROZDZIAŁ 2

Prawo rozpadu

W tym rozdziale zajmę się opisem zjawiska radioaktywności i pojęciami z nim związanymi.

2.1 Rozpad promieniotwórczy

Prawem rozpadu naturalnego nazywamy korelację wyrażającą szybkość ubywania pierwotnej masy substancji, która zbudowana jest z jednego rodzaju cząstek: alfa, elektronu, pozytonu lub fotonu i ulega samorzutnej przemianie jądrowej: alfa, beta lub gamma. Prawo to jest wykorzystywane w rozpadach promieniotwórczych ciał i dotyczy wielu procesów fizycznych. Głosi ono, że jeśli prawdopodobieństwo rozpadu cząstek, które tworzą substancję jest dla każdej z nich identyczne i niezależne, a także pozostaje takie samo w czasie trwania przebiegu rozpadu, to ubytek masy substancji w krótkim odcinku czasu wyraża się wzorem:

$$dm = -\Gamma m dt, \quad (2.1)$$

co po scałkowaniu daje nam:

$$m(t) = m_0 e^{-\Gamma t}, \quad (2.2)$$

gdzie:

m - masa substancji ulegającej rozpadowi,

Γ - stała rozpadu charakterystyczna dla danego izotopu lub substancji,

t - czas,

m_0 - masa początkowa substancji w chwili czasu $t=0$,

$m(t)$ - masa substancji w czasie t .

Nie dowiemy się, w której chwili dane jądro ulegnie procesowi rozpadu, da się natomiast wyznaczyć prawdopodobieństwo tego rozpadu. Rozpady poszczególnych jąder odbywają się oddzielnie, niezależnie od siebie. Liczba jąder, które rozpadną się w niewielkim przedziale czasowym jest proporcjonalna do liczby jąder N i do długości przedziału czasu dt :

$$dN = -\Gamma N dt, \quad (2.3)$$

Znak minus we wzorze 2.3 sygnalizuje nam, że liczba jąder ulegających rozpadowi dN , odejmuje się od liczby jąder N .

Liczba jąder, które nie doszły do rozpadu w czasie t wynosi więc:

$$N(t) = N_0 e^{-\Gamma t}, \quad (2.4)$$

gdzie:

$N(t)$ – liczba jąder w czasie t ,

N_0 – liczba jąder w chwili początkowej.

We wzorze na prawo rozpadu zamiast stałej rozpadu Γ używana jest wielkość $\tau = \frac{1}{\Gamma}$, zwana średnim czasem życia [15].

Prawdopodobieństwo rozpadu promieniotwórczego dla jednej cząstki wyraża się wzorem:

$$P(t) = e^{\frac{-t}{\tau}} = e^{-\Gamma t}, \quad (2.5)$$

gdzie:

$P(t)$ – prawdopodobieństwo, że cząstka jeszcze istnieje (nie rozpadła się w czasie t),

t - czas,

Γ - szerokość połówkowa określana przez $\Gamma=1/\tau$.

2.2 Czas połowicznego rozpadu

Miarą tempa rozpadu definiuje się okres połowicznego rozpadu, czyli czas, po którym połowa niestabilnych jąder w określonej ilości materiału ulegnie rozpadowi. Wyrażany jest wzorem:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\Gamma} = (\ln 2) \tau. \quad (2.6)$$

Okres połowicznego rozpadu jest symptomatyczny i niezmienny dla każdego nuklidu promieniotwórczego. Obejmuje przedział czasowy od ułamka sekundy do miliardów lat. Po kolejnych okresach połowicznego rozpadu aktywność radionuklidu zmniejsza się do 1/2, 1/4, 1/8, 1/16 itd. wartości początkowej. Dzięki temu można łatwo obliczyć, jaką aktywność przybierze dowolna substancja w dowolnym momencie w przyszłości [6].

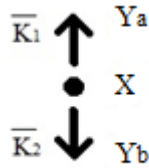
ROZDZIAŁ 3

Widmo rozkładu masy

W rozdziale tym przybliżam pojęcie szerokości rozpadu oraz przedstawiam zagadnienie dotyczące kinematyki rozpadów dwuciałowych. Ponadto opisuję przykłady rozpadów mezonów, które intuicyjnie nie są możliwe, a jednak zachodzą w przyrodzie.

3.1 Kinematyka rozpadów dwuciałowych

$$X \rightarrow Y_a + Y_b$$



Rys. 3.1. Rozpad $X \rightarrow Y_a + Y_b$.

Rozważamy cząstkę X w jej układzie odniesienia, rozpadającą się na dwie różne cząstki Y_a i Y_b (rozpad typu $X \rightarrow Y_a + Y_b$). Cząstka X ulegająca rozpadowi ma masę M , podczas gdy produkty rozpadu Y_a i Y_b mają masy m_a i m_b . Wykonując proste obliczenia wyznaczamy wartość pędu produktów rozpadu $K_1(M, m_a, m_b)$ jako [16]:

$$K_1(M, m_a, m_b) = \frac{\sqrt{M^4 + (m_a^2 - m_b^2)^2 - 2(m_a^2 + m_b^2)M^2}}{2M} * \vartheta(M - m_a - m_b), \quad (3.1)$$

gdzie $\vartheta(x)$ jest funkcją skokową, definiowaną jako:

$$\vartheta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Dla przypadku $m_a = m_b = m$ wzór upraszcza się do postaci:

$$K_1(M, m, m) = \sqrt{\frac{M^2}{4} - m^2}. \quad (3.3)$$

3.2 Szerokość rozpadu

Szerokość rozpadu Γ cząstki jest bezpośrednio związana z czasem jej zaniku. Im szybciej cząstka rozpada się, tym większa jest jej szerokość rozpadu. Ogólnie rzecz biorąc, cząstka może rozpadać się na kilka możliwości, zwanych "kanałami rozpadu". Kanały te są możliwymi przekształceniami, w które cząstka może ulec w trakcie procesu rozpadu. Kiedy cząsteczka ulega rozpadowi, nie rozpada się na mniejsze części, ale jego energia tak. Fundamentalnych cząstek nie można podzielić na mniejsze części, natomiast mogą ulec rozkładowi. Wiele cząstek w Modelu Standardowym istnieje tylko przez ograniczony czas, zanim ulegną rozkładowi. Kiedy cząstka rozpada się, przekształca się w zbiory mniej masywnych cząstek, których całkowita energia sumuje się do energii pierwotnej cząstki. Całkowita szerokość zaniku cząstki Γ rozpadającej się w kilku różnych kanałach rozpadu, określana jest jako:

$$\Gamma = \sum_{i=1...n} \Gamma_i, \quad (3.4)$$

gdzie Γ_i odpowiada szerokości rozpadu dla i -tego kanału rozpadu.

Stosunek szerokości rozpadu charakteryzującej i -ty kanał rozpadu do całkowitej szerokości rozpadu tej cząstki wyraża się wzorem:

$$\beta_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma} \quad (3.5)$$

β_i jest wielkością, która bardzo często mierzona jest w eksperymentach. Suma wszystkich szerokości częściowych jest znana jako całkowita szerokość.

Fizycy mogą obliczyć, jak długo może żyć cząstka i potrafią określić możliwość rozpadu. Znajomość kanałów zaniku cząstek może pomóc fizykom wykryć masywną cząstkę utworzoną w zderzaczach cząstek, nawet jeśli cząstka rozpada się zanim detektor zdoła ją uchwycić. Jeśli eksperymentatorzy nie mogą zobaczyć samej cząstki, mogą zobaczyć produkty jej rozkładu [17, 18].

3.3 Rozpad $b_1(1235) \rightarrow \omega(782) + \pi(139)$

Podrozdział ten zawiera wyniki dotyczące rozpadu mezonu pseudowektorowego b_1 w mezon wektorowy ω i mezon pseudoskalarny π . Intuicyjnie wydaje się, że masa rozpadającej się cząstki musi być większa od sumy mas jej produktów. Musi zatem spełnić warunek: $m_{b_1} > m_\omega + m_\pi$. Dane dotyczące mas i szerokości rozpadów Γ zostały wzięte z „Particle Data Group” (PDG), która jest zbiorem danych eksperymentalnych fizyki cząstek elementarnych (w pracy tej zniwelujemy typowo niewielkie błędy pomiarowe) [16].

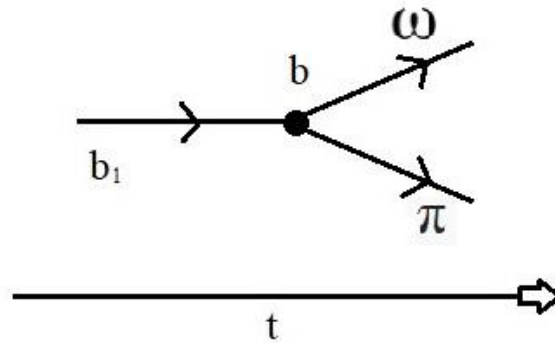
$m_{b_1} = 1235 \text{ MeV}$; $\Gamma = 142 \text{ MeV}$

$m_\omega = 782 \text{ MeV}$; $\Gamma = 8.49 \text{ MeV}$

Z racji, że szerokość m_ω jest bardzo mała używam w swojej pracy $\Gamma = 0 \text{ MeV}$.

$m_\pi = 139 \text{ MeV}$; $\Gamma = 200 \text{ do } 600 \text{ MeV}$

Z racji, że szerokość m_π mieści się w przedziale 200 MeV do 600 MeV używam w swojej pracy $\Gamma = 400 \text{ MeV}$.



Rys. 3.2. Diagram Feynmana dla rozpadu $b_1 \rightarrow \omega + \pi$.

Stosując wzór kwantowej teorii pola szerokość rozważanego rozpadu na poziomie drzewkowym obliczamy jako:

$$\Gamma_{b_1 \rightarrow \pi + \omega} = \frac{K_1(m_{b_1}, m_\omega, m_\pi)}{8\pi(m_{b_1})^2} * \frac{b^2}{3*4*4} * 4 * \left[2 + \frac{((m_{b_1})^2 + m_\omega^2 - m_\pi^2)^2}{4*(m_{b_1})^2 * m_\omega^2} \right] = 0,1197 \text{ GeV}, \quad (3.6)$$

gdzie:

b - stała sprzężenia

$b \approx 7 \text{ GeV}$ [3]

Z powyższych obliczeń wynika, że pomimo iż suma mas produktów rozpadu jest większa niż masa rozpadającej się cząstki b_1 , to szerokość rozpadu ma wymierną wartość, różną od zera, co oznacza, że taki rozpad jest możliwy.

3.4 Rozpad $b_1(1235) \rightarrow K^*(892) + K(494)$

Podrozdział ten dotyczy rozpadu mezonu pseudowektorowego b_1 w mezon wektorowy K^* i mezon pseudoskalarny K . Widzimy, że nie został spełniony warunek: $m_{b_1} > m_{K^*} + m_K$. Suma mas jest większa niż na początku. Energia i pęd nie są zachowane. Musimy wziąć pod uwagę, że masy tych cząstek nie są stałe i zdefiniowane. Mają rozkład masy. Sprawdźmy, jakie jest prawdopodobieństwo, że cząstka b_1 i K^* przybiorą inne masy. Nasz model ma na celu pokazać, że taki rozpad jest możliwy. Opis rozkładu dokonujemy w oparciu o dane z „Particle Data Group” (PDG) [16].

Masy cząstek biorących udział w procesie rozpadu są następujące:

$$m_{b_1} = 1235 \text{ MeV}; \Gamma = 142 \text{ MeV}$$

$$m_{K^*} = 892 \text{ MeV}; \Gamma = 50,3 \text{ MeV}$$

$$m_K = 494 \text{ MeV}; \Gamma \approx 0 \text{ MeV}$$

Gęstość prawdopodobieństwa wyraża się wzorem:

$$d_{b_1}(m_{b_{1r}}) = N_{b_1} \frac{1}{(m_{b_{1r}} - (m_{b_1})^2)^2 + (m_{b_1})^2 \Gamma_{b_1}^2} \vartheta(m_{b_{1r}} - m_{b_1}^{\text{MIN}}) \vartheta(\Lambda - m_{b_{1r}}) \quad (3.7)$$

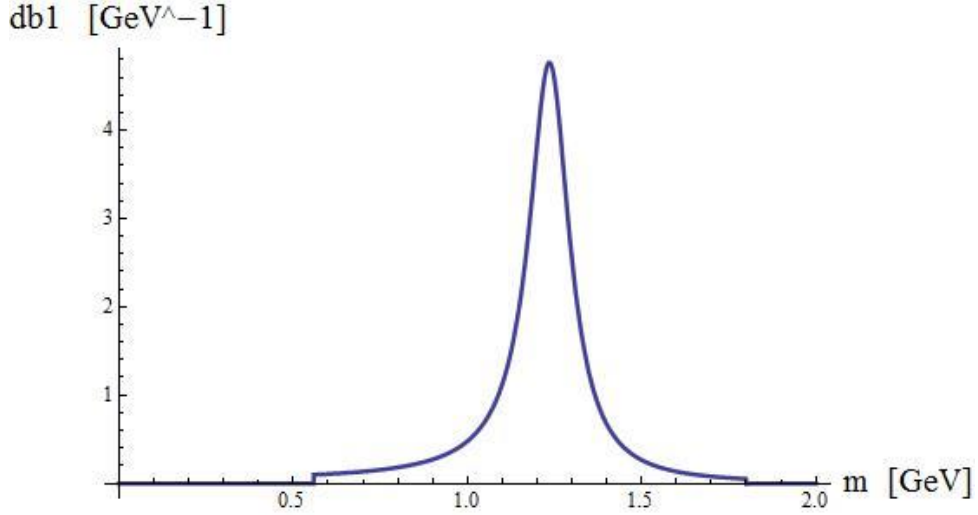
$$b_1 \rightarrow \omega + \pi \rightarrow \pi + \pi + \pi + \pi$$

$$m_{b_1}^{\text{MIN}} = 4m_\pi$$

$$\Lambda = 1.8 \text{ GeV (maksymalna granica energetyczna zastosowanego modelu)}$$

Czynnik normalizujący $N_{b_1} = 0,1466 \text{ GeV}$ jest obliczony z równania:

$$\int_0^\infty dm_{b_{1r}} db_1(m_{b_{1r}}) = 1 \quad (3.8)$$



Rys. 3.3. Rozkład prawdopodobieństwa masy dla cząstki b_1 .

Jak widać na Rys. 3.3. najbardziej prawdopodobne jest, że $m_{b1}=0,1235$ GeV, dlatego ta wartość jest najczęściej używana. Maksimum rozkładu masy odpowiada wartości $m_{b1}=0,1235$.

Obliczamy częściową szerokość:

$$\Gamma_{b1 \rightarrow K^* + K} = 4 * \frac{K_1(m_{b1}, m_{K^*}, m_K)}{8\pi(m_{b1})^2} * \frac{b^2}{3*4*4} * \left[2 + \frac{((m_{b1})^2 + (m_{K^*})^2 - m_K^2)^2}{4*(m_{b1})^2*(m_{K^*})^2} \right] = 0 \text{ GeV} \quad (3.9)$$

Po podstawieniu $m_{b1}=1235$ MeV widzimy, że taki rozpad jest niemożliwy.

Jeżeli weźmiemy pod uwagę „ $m_{b1 \text{ running}}=m_{b1r}$ ” zamiast konkretnej wartości i obliczymy częściową szerokość otrzymamy:

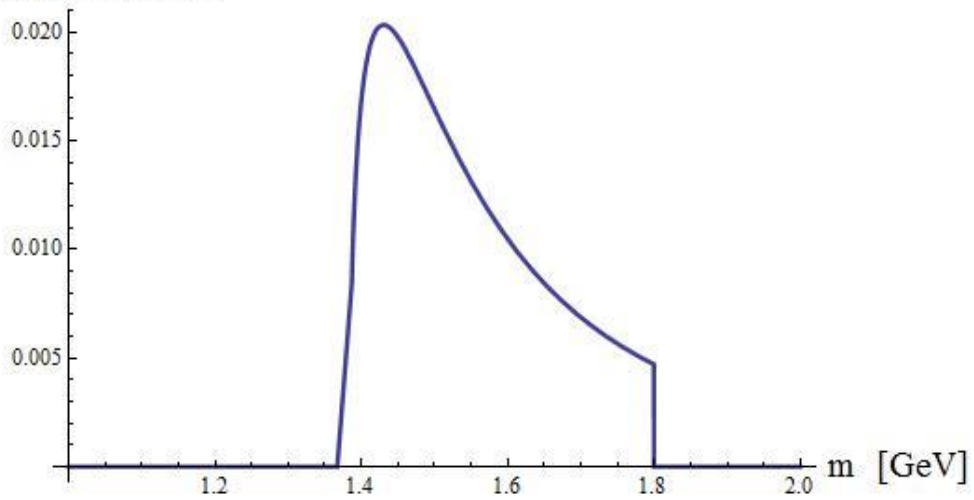
$$\Gamma_{b1 \rightarrow K^* + K}(m_{b1r}) = 4 * \frac{K_1(m_{b1r}, m_{K^*}, m_K)}{8\pi(m_{b1r})^2} * \frac{b^2}{3*4*4} * \left[2 + \frac{((m_{b1r})^2 + (m_{K^*})^2 - m_K^2)^2}{4*m^2*(m_{K^*})^2} \right] \quad (3.10)$$

POPRAWKA TYPU 1:

$$\Gamma_{b1 \rightarrow K^* + K} = \int_0^\infty dm_{b1r} db_1(m_{b1r}) \Gamma_{b1 \rightarrow K^* + K}(m_{b1r}) = 0,0048 \text{ GeV} \quad (3.11)$$

Obliczenia pokazują, że rozpad $b_1(1235) \rightarrow K^*(892) + K(494)$ dojdzie do skutku, jeśli $m_{b1} > 1235$ MeV. Otrzymany wynik potwierdza dane eksperymentalne, zgodnie z którymi ten rozpad był zaobserwowany. Pomimo iż suma mas produktów rozpadu jest większa niż masa rozpadającego się mezonu b_1 i początkowe obliczenia wskazują, że taki rozpad jest niemożliwy, to zastosowanie poprawki na rozkład masy udowadnia, że rozpad może istnieć, jak pokazuje eksperyment.

Funkcja podcałkowa



Rys. 3.4. Funkcja podcałkowa zdefiniowana wzorem powyżej.

Następnie sprawdzamy rozkład masy dla „ m_{K^*} running= m_{K^*r} ”, czyli gęstość prawdopodobieństwa:

$$d_{K^*}(m_{K^*r}) = N_{K^*} \frac{1}{((m_{K^*r})^2 - (m_{K^*})^2)^2 + (m_{K^*})^2 \Gamma_{K^*}^2} \vartheta(m_{K^*r} - m_{K^*}^{MIN}) \vartheta(\Lambda - m_{K^*r}) \quad (3.12)$$

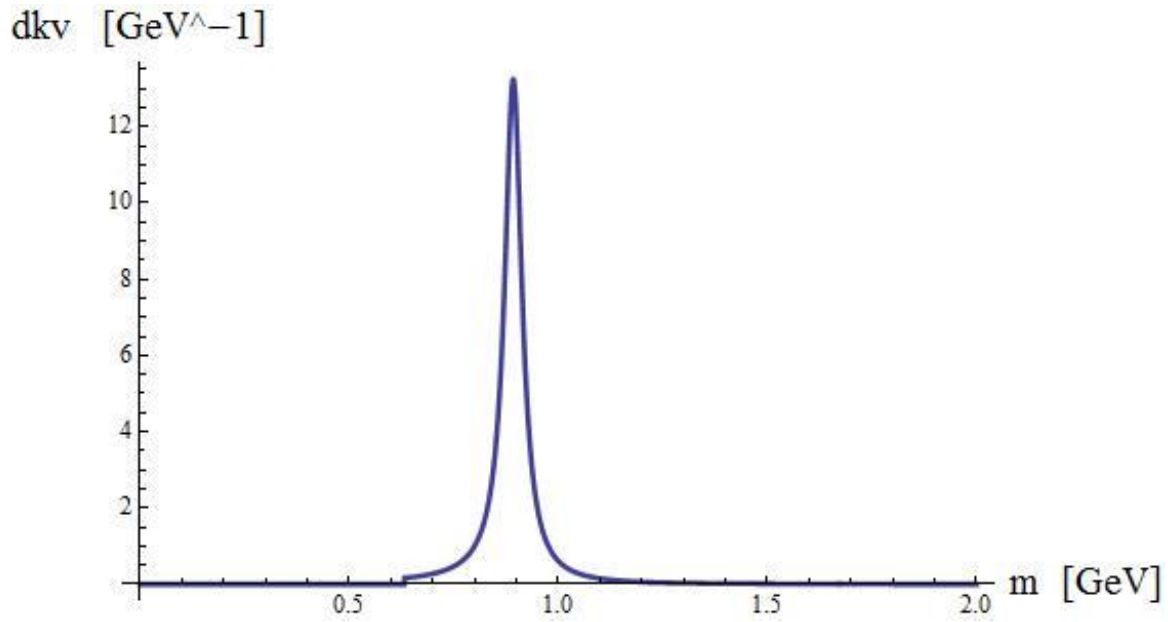
$$K^* \rightarrow K + \pi$$

$$m_{K^*}^{MIN} = m_K + m_\pi$$

$\Lambda = 1.8$ GeV (maksymalna granica energetyczna zastosowanego modelu)

Czynnik normalizujący $N_{K^*}=0,0266$ GeV jest obliczony z równania:

$$\int_0^\infty dm_{K^*r} dK^*(m_{K^*r}) = 1 \quad (3.13)$$



Rys. 3.5. Rozkład masy dla mezonu K^* .

Rys. 3.5. pokazuje, że szczyt piku dla K^* jest dla masy 0,892 GeV. Jest niewielka szansa, że cząstka przybierze mniejszą masę, dzięki czemu badany rozpad byłby możliwy.

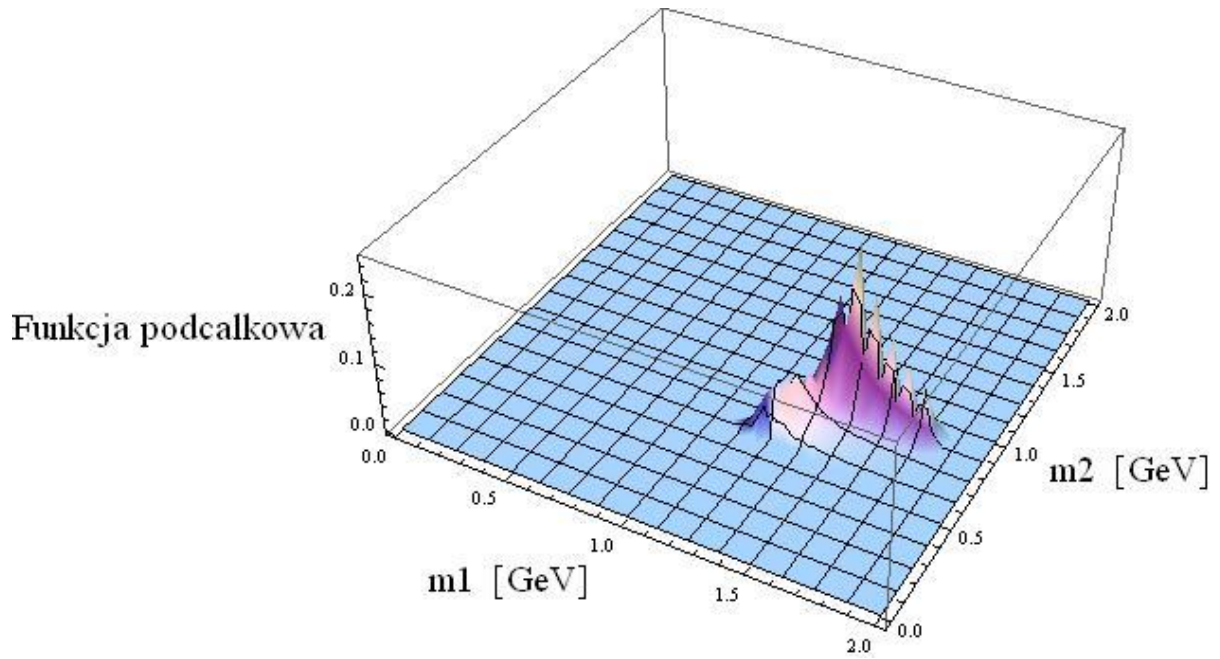
Obliczamy częściową szerokość dla „ $m_{b1r} \text{ running} = m_{b1r}$ ” i „ $m_{K^*r} \text{ running} = m_{K^*r}$ ”:

$$\Gamma_{b1 \rightarrow K^* + K}(m_{b1r}, m_{K^*r}) = 4 * \frac{K_1(m_{b1r}, m_K, m_{K^*r})}{8\pi(m_{b1r})^2} * \frac{b^2}{3*4*4} * \left[2 + \frac{((m_{b1r})^2 + (m_{K^*r})^2 - m_K^2)^2}{4*(m_{b1r})^2*(m_{K^*r})^2} \right] \quad (3.14)$$

POPRAWKA TYPU 2:

$$\Gamma_{b1 \rightarrow K^* + K} = \int_0^\infty dm_{b1r} \int_0^\infty dm_{K^*r} d_{b1}(m_{b1r}) d_{K^*r}(m_{K^*r}) \Gamma_{b1 \rightarrow K^* + K}(m_{b1r}, m_{K^*r}) = 0,0066 \text{ GeV} \quad (3.15)$$

Wzięcie pod uwagę, że „ $m_{K^*r} \text{ running}$ ” jest zmienna prowadzi do dalszego wzrostu teoretycznej wartości szerokości rozpadu.



Rys. 3.6. Funkcja podcałkowa zdefiniowana wzorem powyżej.

3.5 Rozpad $b_1(1235) \rightarrow \rho(775) + \eta(547)$

W tej części mojej pracy zaprezentuję wyniki dotyczące rozpadu pseudowektora b_1 w wektor ρ i pseudoskalar η . Nasz rozpad nie spełnia warunku $m_{b_1} > m_\eta + m_\rho$, ale jest możliwy. Podane wartości cząstek to masy, których wartości są najbardziej prawdopodobne. Znamy już rozkład masy dla cząstki b_1 . Teraz sprawdzimy funkcje spektralne dla cząstki ρ . Dane dotyczące mas i szerokości rozpadów Γ użyliśmy ze zbioru danych eksperymentalnych fizyki cząstek elementarnych, zamieszczonych w „Particle Data Group” [16].

$$m_{b_1} = 1235 \text{ MeV}; \Gamma = 142 \text{ MeV}$$

$$m_\rho = 775 \text{ MeV}; \Gamma = 147,8 \text{ MeV}$$

$$m_\eta = 547 \text{ MeV}; \Gamma = 0,0013 \text{ MeV}$$

Z racji, że szerokości m_η jest bardzo mała używam w swojej pracy $\Gamma = 0 \text{ MeV}$.

Sprawdzamy rozkład masy dla „ $m_{\rho} \text{ running} = m_{\rho r}$ ”, czyli gęstość prawdopodobieństwa:

$$d_{\rho}(m_{\rho r}) = N_{\rho} \frac{1}{((m_{\rho r})^2 - m_{\rho}^2)^2 + m_{\rho}^2 \Gamma_{\rho}^2} \vartheta(m_{\rho r} - m_{\rho}^{\text{MIN}}) \vartheta(\Lambda - m_{\rho r}) \quad (3.16)$$

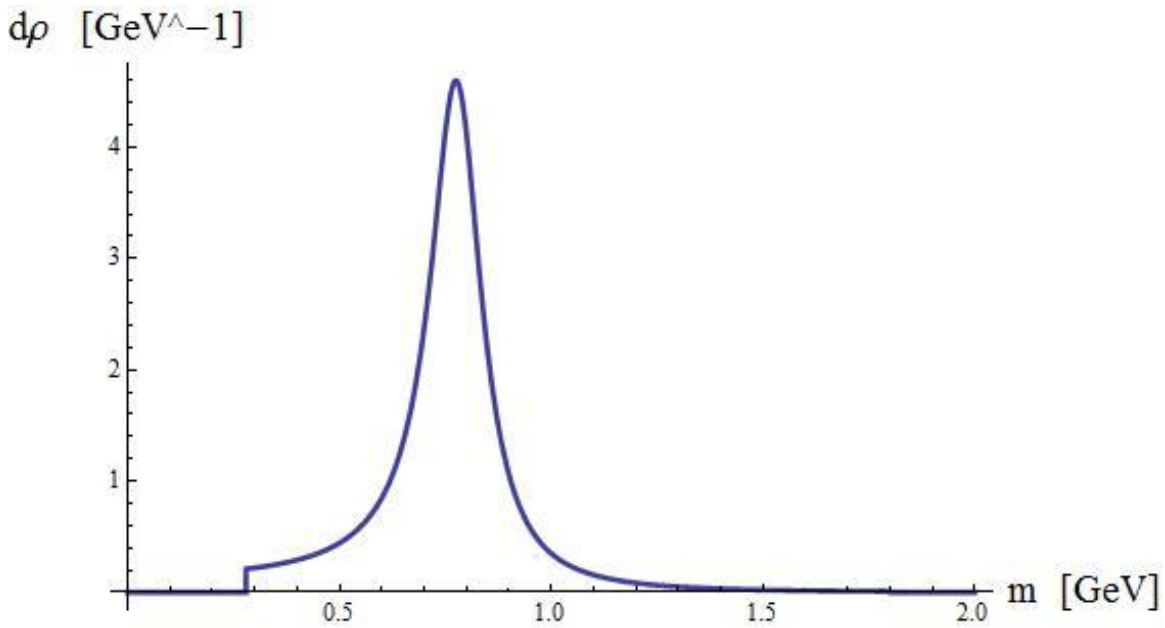
$$\rho \rightarrow \pi + \pi$$

$$m_{\rho}^{\text{MIN}} = 2m_{\pi}$$

$\Lambda = 1.8 \text{ GeV}$ (maksymalna granica energetyczna zastosowanego modelu)

Czynnik normalizujący $N_{\rho} = 0.0603 \text{ GeV}$ jest obliczony z równania:

$$\int_0^{\infty} dm_{\rho r} db_{\rho}(m_{\rho r}) = 1 \quad (3.17)$$



Rys. 3.7. Rozkład masy dla mezonu ρ .

Jak widać na powyższym wykresie (Rys. 3.7.) cząstka ρ również nie ma stałej masy. Wartość 775 MeV, którą na początku braliśmy pod uwagę, jest najbardziej prawdopodobna, natomiast może się zdarzyć, że $m_{\rho} < 775 \text{ MeV}$, a wtedy rozpad $b_1(1235) \rightarrow \eta(547) + \rho(775)$ będzie możliwy.

Obliczamy częściową szerokość:

$$\Gamma_{b_1 \rightarrow \eta + \rho} = \frac{K_1(m_{b_1}, m_{\eta}, m_{\rho})}{8\pi(m_{b_1})^2} * \frac{b^2 \cos^2(\vartheta_p)}{3 * 4 * 4} * 4 * \left[2 + \frac{((m_{b_1})^2 + m_{\rho}^2 - m_{\eta}^2)^2}{4 * (m_{b_1})^2 * m_{\rho}^2} \right] = 0 \text{ GeV}, \quad (3.18)$$

gdzie:

ϑ_p - kąt mieszania w sektorze mezonów pseudoskalarnych,

$$\vartheta_p = 44^\circ.$$

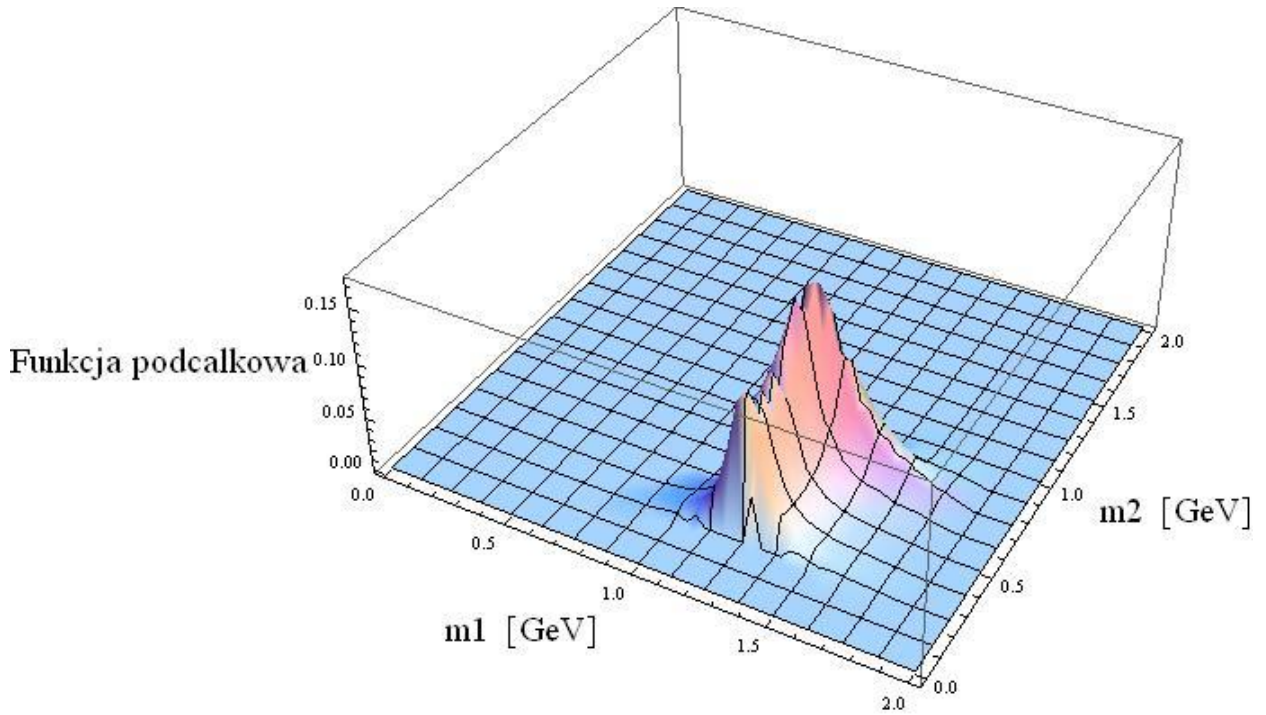
Obliczamy częściową szerokość dla „ m_{b1} running= m_{b1r} ” i „ m_ρ running= $m_{\rho r}$ ”:

$$\Gamma_{b1 \rightarrow \eta + \rho}(m_{b1r}^r, m_{\rho r}) = \frac{K_1(m, m_\eta, m_{\rho r})}{8\pi(m_{b1r})^2} * \frac{b^2 * \cos \rho^2}{3 * 4 * 4} * 4 * \left[2 + \frac{((m_{b1r})^2 + (m_{\rho r})^2 - m_\eta^2)^2}{4 * (m_{b1r})^2 * (m_{\rho r})^2} \right] \quad (3.19)$$

POPRAWKA TYPU 2:

$$\Gamma_{b1 \rightarrow \eta + \rho} = \int_0^\infty dm_{\rho r} \int_0^\infty dm_{b1r} d_{b1}(m_{b1r}) d_\rho(m_{\rho r}) \Gamma_{b1 \rightarrow \eta + \rho}(m_{\rho r}, m_{b1r}) = 0,014 \text{ GeV} \quad (3.20)$$

Ten wynik potwierdza obecne informacje dotyczące eksperymentu. Zgodnie z danymi zawartymi w PDG rozpad był zaobserwowany, ale jest mniejszy niż $\approx 15 \text{ MeV}$ [16].

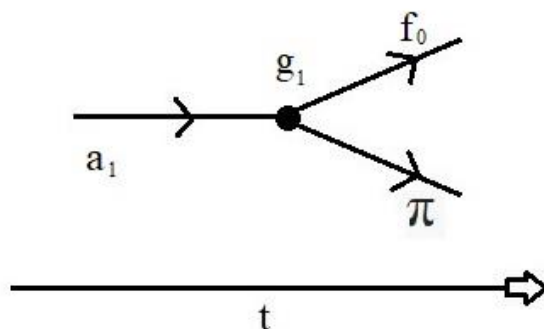


Rys 3.8. Funkcja podcalkowa zdefiniowana wzorem powyżej.

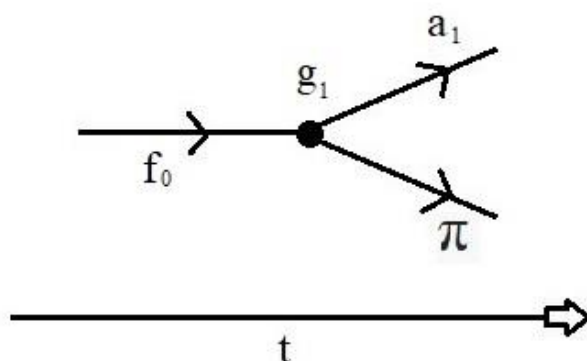
ROZDZIAŁ 4

Rozpady „bootstrap”

W tym rozdziale pokażę, że możliwy jest zarówno rozpad $a_1(1260) \rightarrow f_0(1370) + \pi(139)$, jak i $f_0(1370) \rightarrow a_1(1260) + \pi(139)$. Nazwałam je rozpadami typu „bootstrap”. Przedstawię je za pomocą diagramów Feynmana, który jest graficznym zapisem. Każdy z takich diagramów daje informację o prawdopodobieństwach przemian cząstek. Aby obliczyć prawdopodobieństwo przejścia od jednego stanu kwantowego do drugiego, należy dodać do siebie wkłady od wszystkich diagramów rozpoczynających się jednym stanem a kończących drugim [19].



Rys. 4.1. Diagram Feynmana dla rozpadu $a_1(1260) \rightarrow f_0(1370) + \pi(139)$.



Rys. 4.2. Diagram Feynmana dla rozpadu $f_0(1370) \rightarrow a_1(1260) + \pi(139)$.

4.1 Rozpad $a_1(1260) \rightarrow f_0(1370) + \pi(139)$

W tym podrozdziale przybliżę obliczenia związane z rozpadem mezonu osiowo wektorowego a_1 w mezon skalarny f_0 i mezon pseudoskalarny π . Od razu widać, że suma mas jest większa niż wartość początkowa ($1509 \text{ MeV} > 1260 \text{ MeV}$). Energia i pęd nie są zachowane. Sprawdzimy gęstość prawdopodobieństwa cząstek a_1 i f_0 żeby dowiedzieć się, w jakim przypadku będzie mógł zajść taki rozpad. Wartości takie jak masy czy szerokości rozpadów Γ zostały wzięte z „Particle Data Group” (PDG) [16].

$$m_{a_1} = 1260 \text{ MeV}; \Gamma = 250 \text{ do } 600 \text{ MeV}$$

Z racji, że szerokość m_{a_1} mieści się w przedziale 250 MeV do 600 MeV używam w swojej pracy $\Gamma = 367 \text{ MeV}$.

$$f_0 = 1370 \text{ MeV}; \Gamma = 200 \text{ do } 500 \text{ MeV}$$

Z racji, że szerokość m_{f_0} mieści się w przedziale 200 MeV do 500 MeV używam w swojej pracy $\Gamma = 400 \text{ MeV}$.

$$m_\pi = 139 \text{ MeV}; \Gamma \approx 0 \text{ MeV}$$

Sprawdzamy rozkład masy dla „ $m_{a_1} \text{ running} = m_{a_{1r}}$ ”, czyli gęstość prawdopodobieństwa:

$$d_{a_1}(m_{a_{1r}}) = N_{a_1} \frac{1}{((m_{a_{1r}})^2 - (m_{a_1})^2)^2 + (m_{a_1})^2 * \Gamma_{a_1}^2} \vartheta(m_{a_{1r}} - m_{a_1}^{\text{MIN}}) \vartheta(\Lambda - m_{a_{1r}}) \quad (4.1)$$

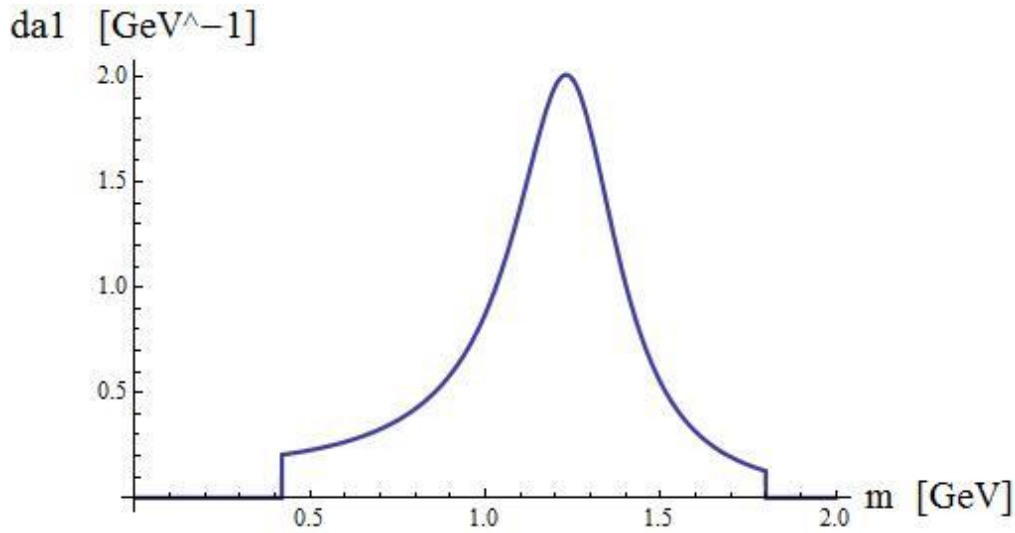
$$a_1 \rightarrow \pi + \pi + \pi$$

$$m_{a_1}^{\text{MIN}} = 3m_\pi$$

$$\Lambda = 1.8 \text{ GeV (maksymalna granica energetyczna zastosowanego modelu)}$$

Czynnik normalizujący $N_{a_1} = 0,4094 \text{ GeV}$ jest obliczony z równania:

$$\int_0^\infty dm_{a_{1r}} db_{a_1}(m_{a_{1r}}) = 1 \quad (4.2)$$



Rys. 4.3. Rozkład masy dla mezonu a_1 .

Widzimy na Rys. 4.3., że cząstka a_1 nie ma stałej masy. Przyjmuje wartości od 0,4 GeV do 1,8 GeV, jednak istnieje największe prawdopodobieństwo, że osiągnie $a_1=1,26$ GeV.

Obliczamy częściową szerokość:

$$\Gamma_{a_1 \rightarrow f_0 + \pi} = \frac{K_1}{8\pi(m_{a_1})^2} * \frac{g_1^2}{3} * \left[\frac{1}{(m_{a_1})^2} * \left(\frac{(m_{a_1})^2 - (m_{f_0})^2 + m_\pi^2}{2} \right)^2 - m_\pi^2 \right] = 0 \text{ GeV} \quad (4.3)$$

$$g_1 \approx 6 [20]$$

Po podstawieniu $m_{a_1}=1260$ MeV widzimy, że taki rozpad jest niemożliwy.

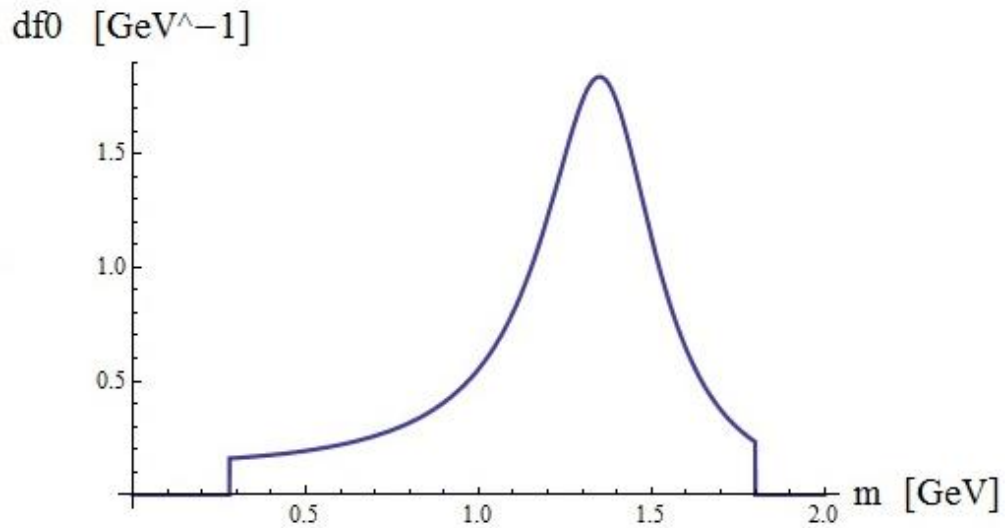
Jeżeli weźmiemy pod uwagę „ $m_{a_1 \text{ running}}=m_{a_{1r}}$ ” i „ $m_{f_0 \text{ running}}=m_{f_{0r}}$ ” zamiast konkretnych wartości i obliczymy częściową szerokość otrzymamy:

$$\Gamma_{a_1 \rightarrow f_0 + \pi}(m_{f_{0r}}, m_{a_{1r}}) = \frac{K_1(m_{a_{1r}}, m_{f_{0r}}, m_\pi)}{8\pi(m_{a_{1r}})^2} * \frac{g_1^2}{3} * \left[\frac{1}{(m_{a_{1r}})^2} * \left(\frac{(m_{a_{1r}})^2 - (m_{f_{0r}})^2}{2} \right)^2 - m_\pi^2 \right] \quad (4.4)$$

POPRAWKA TYPU 2:

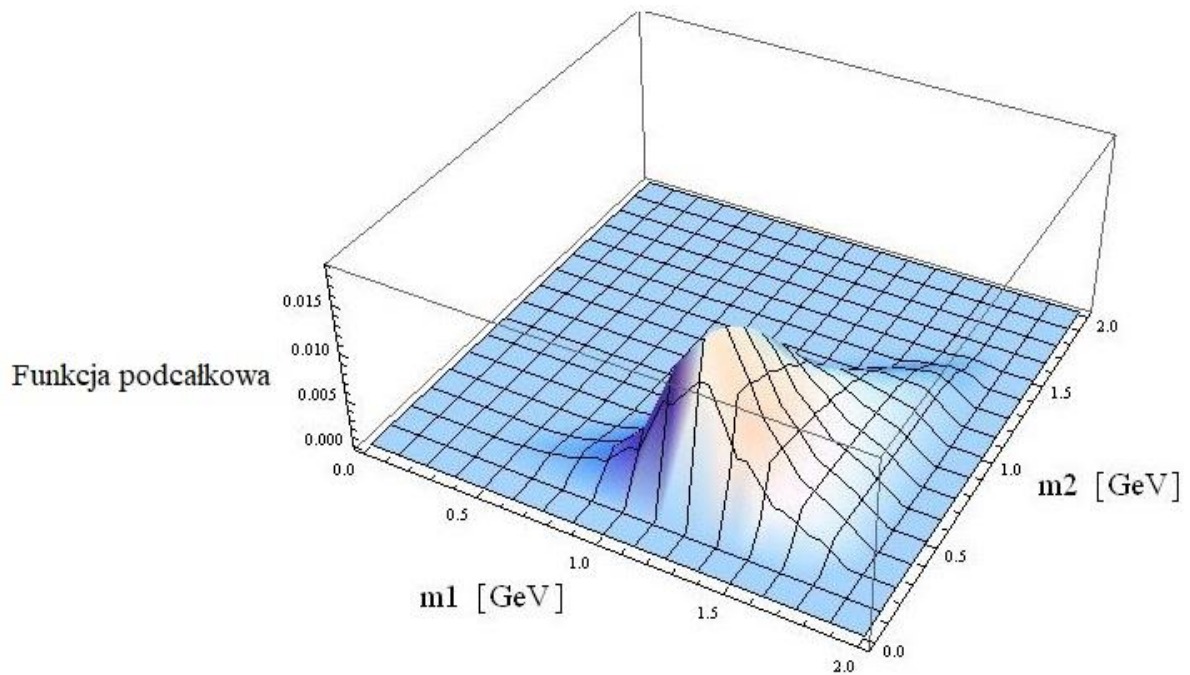
$$\Gamma_{a_1 \rightarrow f_0 + \pi} = \int_0^\infty dm_{f_{0r}} \int_0^\infty dm_{a_{1r}} d_{a_1}(m_{a_{1r}}) d_{f_0}(m_{f_{0r}}) \Gamma_{a_1 \rightarrow f_0 + \pi}(m_{f_{0r}}, m_{a_{1r}}) = 0,0043 \text{ GeV} \quad (4.5)$$

Otrzymany wynik jest bardzo mały, ale zgodny z eksperymentem, który co prawda nie dostarcza żadnych wartości liczbowych, ale pokazuje, że taki rozpad był widziany, co potwierdza PDG [16].



Rys. 4.4. Rozkład masy dla f_0 .

Na Rys. 4.4. zauważamy, że jest duże prawdopodobieństwo, że f_0 będzie mieć masę mniejszą niż 1,370 GeV. Rozpadu $a_1(1260) \rightarrow f_0(1370) + \pi(139)$ dojdzie do skutku, jeśli zdarzy się, że masa a_1 będzie większa od nominalnej, a masa f_0 mniejsza niż 1,370 GeV.



Rys. 4.5. Funkcja podcałkowa zdefiniowana wzorem powyżej.

4.2 Rozpad $f_0(1370) \rightarrow a_1(1260) + \pi(139)$

W tym podrozdziale skupiam się na rozpadzie mezonu skalarnego f_0 w mezon osiowo wektorowy a_1 i mezon pseudoskalarny π . Istotna różnica pomiędzy tym rozpadem a rozpadem omawianym w rozdziale 4.1 dotyczy zamiany rezonansów f_0 i a_1 . Poprzednio mezon a_1 ulegał rozpadowi, podczas gdy mezon f_0 był produktem rozpadu. Teraz sytuacja jest odwrotna, to mezon f_0 ulega rozpadowi a mezon a_1 jest produktem rozpadu. Oba procesy obrazują zjawisko, które nazwaliśmy „bootstrap”. Poniżej przedstawiam obliczenia, które pokażą, że również taki rozpad jest możliwy.

Obliczamy częściową szerokość:

$$\Gamma_{f_0 \rightarrow a_1 + \pi} = 3 * \frac{K_1}{8\pi(m_{f_0})^2} * g_1^2 * \left[\frac{1}{(m_{f_0})^2} * \left(\frac{(m_{f_0})^2 - (m_{a_1})^2 + m_\pi^2}{2} \right)^2 - m_\pi^2 \right] = 0 \text{ GeV} \quad (4.6)$$

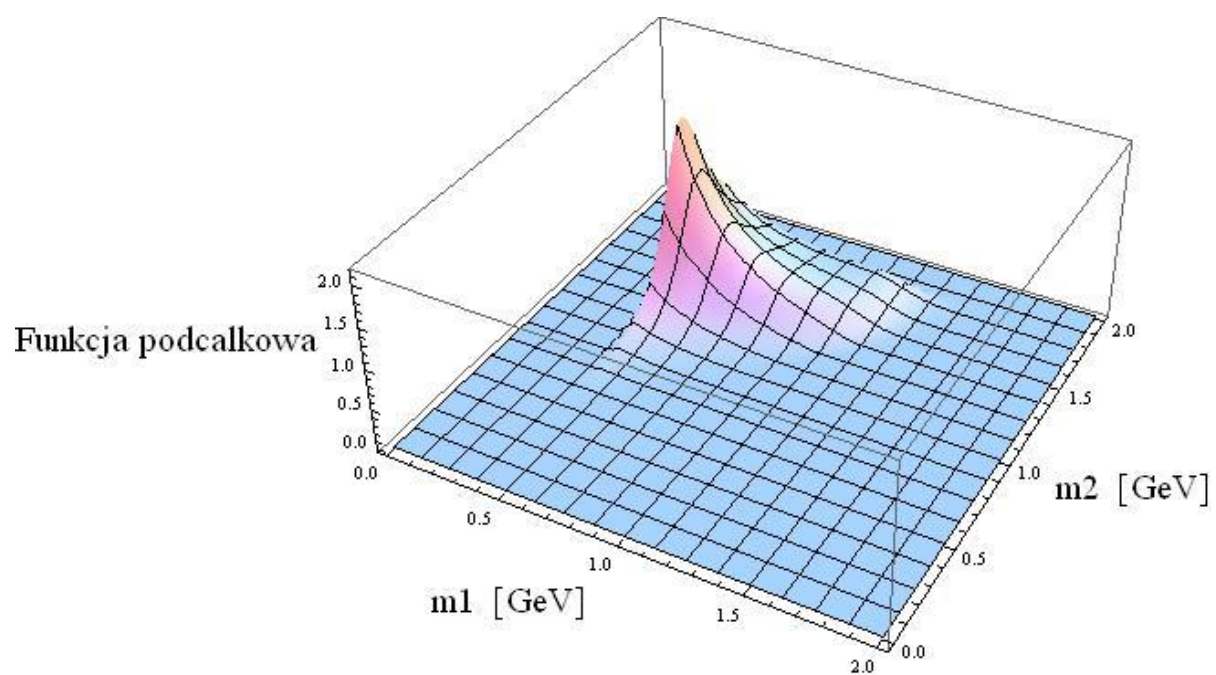
Obliczamy częściową szerokość dla „ $m_{a_1} \text{ running} = m_{a_{1r}}$ ” i „ $m_{f_0} \text{ running} = m_{f_{0r}}$ ”:

$$\Gamma_{f_0 \rightarrow a_1 + \pi}(m_{f_{0r}}, m_{a_{1r}}) = 3 * \frac{K_1(m_{f_{0r}}, m_{a_{1r}}, m_\pi)}{8\pi(m_{f_{0r}})^2} * g_1^2 * \left[\frac{1}{(m_{a_{1r}})^2} * \left(\frac{(m_{f_{0r}})^2 - (m_{a_{1r}})^2 + m_\pi^2}{2} \right)^2 - m_\pi^2 \right] \quad (4.7)$$

POPRAWKA TYPU 2:

$$\Gamma_{f_0 \rightarrow a_1 + \pi} = \int_0^\infty dm_{a_{1r}} \int_0^\infty dm_{f_{0r}} [d_{f_0}(m_{f_{0r}}) d_{a_1}(m_{a_{1r}}) \Gamma_{f_0 \rightarrow a_1 + \pi}(m_{a_{1r}}, m_{f_{0r}})] = 0,2460 \text{ GeV} \quad (4.8)$$

Otrzymany wynik jest za duży w porównaniu z eksperymentem, zgodnie z którym kanał rozpadu $a_1 + \pi$ nie jest dominujący. To znaczy, że nasze funkcje spektralne nie są optymalne. Model ma wiele uproszczeń, więc można go udoskonalić, aby polepszyć nasz wynik.



Rys. 4.6. Funkcja podcałkowa zdefiniowana wzorem powyżej.

ROZDZIAŁ 5

Podsumowanie

W pracy tej badałam rozpad mezonów pseudowektorowych (b_1), osiowo wektorowych (a_1) oraz skalarnych (f_0). Posłużyłam się relatywistycznymi modelami teoretycznymi kwantowej teorii pola. Modele te zostały opracowane przez grupę chiralną teorii pola na Uniwersytecie Goethego we Frankfurcie w latach 2009-2015.

Studiowałam rozpad, w którym nominalna masa rozpadającej się cząstki była mniejsza niż suma mas produktów rozpadu. Na poziomie drzewkowym taki rozpad nie jest możliwy ($\Gamma=0$) ale zachodzi wówczas, gdy weźmiemy pod uwagę, że każda z cząstek uczestniczących w procesie rozpadu nie ma zdefiniowanej wartości masy. Masa ta jest opisana przez rozkład prawdopodobieństwa masy.

W przypadku każdego z badanych rozpadów, początkowo obliczyłam szerokości rozpadów na poziomie drzewkowym, zgodnie z oczekiwaniami otrzymałam wynik $\Gamma=0$, co sugeruje, że dany rozpad nie może mieć miejsca.

W kolejnym kroku uwzględniłam, że masa rozpadającej się cząstki ulega zmianie i istnieje takie niezerowe prawdopodobieństwo, że jej masa jest większa niż suma mas produktów rozpadu. W niniejszej pracy nazywam to jako „POPRAWKA TYPU 1”. Z technicznego punktu widzenia została obliczona całka z szerokości rozpadu ważona przez rozkład prawdopodobieństwa masy. Obliczenia pokazują, że niemożliwy początkowo rozpad jednak może dojść do skutku.

Wiadomo, że zmianie może ulegać również masa produktu rozpadu. Taka sytuację również rozważyłam i nazwałam jako „POPRAWKA TYPU 2”. Istnieje bowiem niezerowe prawdopodobieństwo, że masa produktu rozpadu będzie mniejsza niż wartość nominalna (odpowiadająca maksimum rozkładu masy) i wówczas niemożliwy na poziomie drzewkowym rozkład, może dojść do skutku. W tym przypadku z technicznego punktu widzenia obliczyłam całkę z szerokości rozpadu ważoną przez rozkład prawdopodobieństw masy cząstki rozpadającej się i powstałej po rozpadzie.

Dodatki

DODATEK A. Naturalny układ jednostek

Jesteśmy przyzwyczajeni do używania jednostek, w których czas mierzony jest w sekundach a odległość w metrach. W takich jednostkach prędkość światła przyjmuje wartość bliską $3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$. Ja będę posługiwać się jednostkami naturalnymi, w których czas mierzymy w sekundach a odległość w sekundach świetlnych. W tych jednostkach $c=1$, ponieważ prędkość światła wynosi jedną sekundę świetlną na sekundę. Rozwiązanie to pozwala nam opuścić „c” z naszych równań, pod warunkiem, że będziemy uważać na jednostki, w których pracujemy. Takie podstawienie jest przydatne w układach relatywistycznych, ponieważ teraz stosunki energii-pędu-masy można wyrazić wzorem:

$$E = \gamma m, \quad (\text{A.1})$$

$$p = \gamma m v, \quad (\text{A.2})$$

$$E^2 - p^2 = m^2, \quad (\text{A.3})$$

gdzie:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Dla relatywistycznego systemu, ustawienie $c = 1$ oznacza, że energia, masa i pęd mają te same wymiary.

Ponieważ interesują nas systemy kwantowe, możemy pójść dalej i szukać jednostek, w których $\hbar$ jest równe jeden. W takich jednostkach energia fotonu będzie równa jego częstotliwości kątowej:

$$E = \hbar \omega = \omega. \quad (\text{A.4})$$

Relacja $\hbar=1$ oznacza, że czas (a tym samym odległość) mają ten sam wymiar E^{-1} . W naszym systemie mamy więc naturalne jednostki, w których:

$$[\text{Masa}] = [\text{Energia}] = [\text{Pęd}] = [\text{Czas}]^{-1} = [\text{Odległość}]^{-1}.$$

Będziemy używać jednostek energii dla wszystkich powyższych wielkości. Poziomy energii jądrowej mają typowe energie rzędu 10^6 elektronowolta [eV], więc będziemy

mierzyć energie i masy w MeV, a długości i czas w MeV^{-1} . Pod koniec obliczeń, w jaki sposób możemy odzyskać "rzeczywistą" długość od zmierzonej w MeV^{-1} ? Możemy użyć współczynnika konwersji:

$$\hbar c \approx 197 \text{ MeV fm},$$

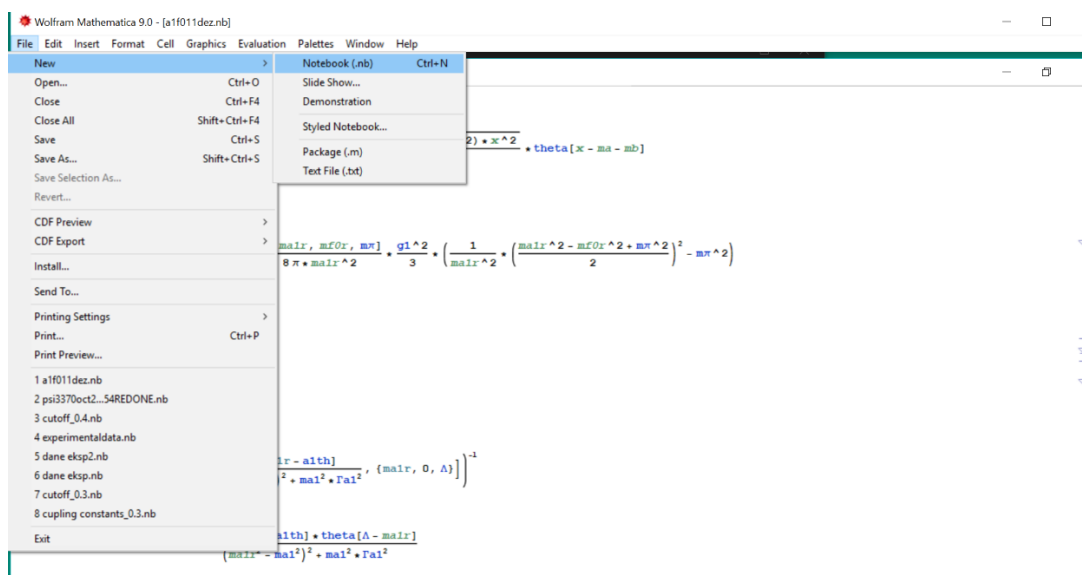
w którym jedna z naszych jednostek długości MeV^{-1} odpowiada 197 fm, a $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ [18].

DODATEK B. Mathematica

Niniejszy rozdział zawiera krótkie wprowadzenie przedstawiające działanie oraz możliwości programu Mathematica, który dostarcza rozwiązań ścisłych, numerycznych i został wykorzystany do wykonania obliczeń oraz sporządzenia wykresów zamieszczonych w tej pracy.

Twórcą programu Mathematica jest fizyk teoretyczny, Stephen Wolfram, który wniósł ważny wkład w dziedzinę fizyki i informatyki. Stworzony przez niego program jest używany przez pracowników naukowych, inżynierów, studentów i inne osoby na całym świecie, dzięki sprawności technicznej, jak i łatwości obsługi. Dzięki wbudowanym funkcjom, algorytmom i innym ulepszeniom praca staje się maksymalnie efektywna. Estetyczny wygląd daje efekt przejrzystych, interaktywnych dokumentów gotowych do natychmiastowego udostępniania bądź publikacji [10].

Wszelkie obliczenia wykonywane są w specjalnym notatniku, który składa się z danych wejściowych, oznaczanych jako `In[:::] :=` oraz danych wyjściowych oznaczanych jako `Out[:::] :=`, które są grupowane w tzw. komórki. Aby utworzyć nowy notatnik, po uruchomieniu programu Wolfram Mathematica wybieramy zakładkę *File* → *New* → *Notebook(.nb)*. Schemat postępowania przedstawiono poniżej.



Rys. 6.1. Uruchamianie nowego notatnika programu Wolfram Mathematica.

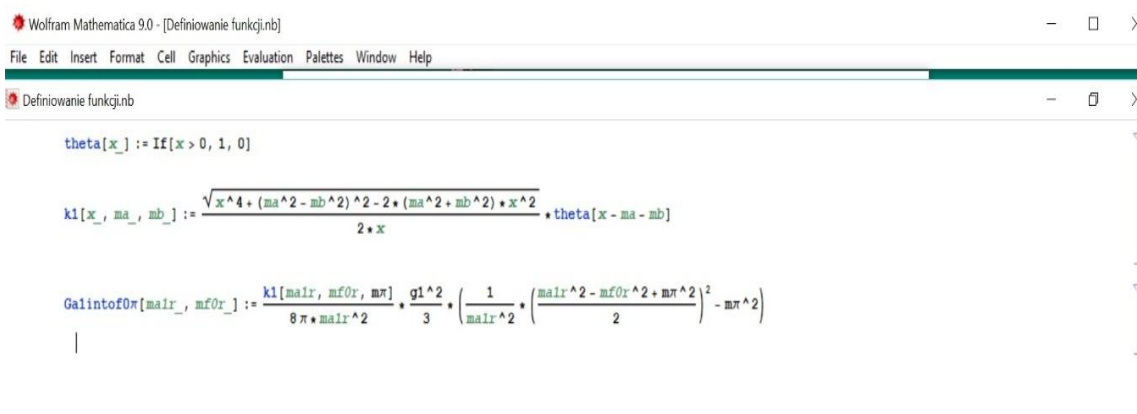
Gdy jest już otwarty nowy notatnik przystępujemy do przypisania wartości liczbowych znanym wielkościom. Robimy to poprzez wpisanie wybranego przez nas symbolu

określającego daną wielkość po czym wprowadzamy znaki $:=$ i przypisujemy odpowiednią wartość liczbową. Następnie w celu wczytania danych (uruchomieniu kompilatora) naciskamy jednocześnie klawisze *Shift* + *Enter*. Umieszczenie znaku ; na końcu wiersza spowoduje, że dana wartość nie wyświetla się po ukończeniu kompilacji, jest ona jednak zapisana w pamięci komputera i uwzględniona w dalszym toku obliczeń. Przykładowo, poniżej przedstawiono przypisanie mas dla mezonów π , $a_1(1260)$ oraz $f_0(1370)$ oraz stałe Λ i g_1 .



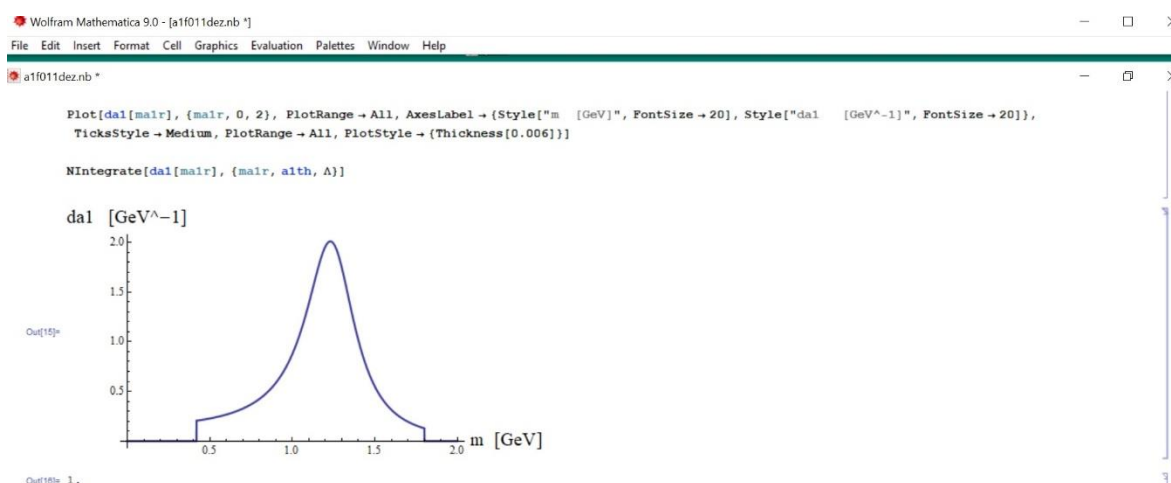
Rys. 6.2. Przypisanie wartości liczbowych w programie Wolfram Mathematica.

Kolejnym krokiem jest definiowanie funkcji. Aby to zrobić, funkcji musimy nadać nazwę zaczynającą się literą i nie zawierającą znaków specjalnych. Ważne jest, aby zdefiniować również argumenty takiej funkcji. Robimy to w nawiasie kwadratowym poprzez umieszczenie nazw argumentów z podkreśleniem w dolnym indeksie. Poniżej przedstawiono przykład definiowania pędu produktów rozpadu (oznaczonego jako k). Funkcja taka zależy od masy rozpadającej się cząstki (oznaczonej jako x) i mas produktów tego rozpadu (oznaczonych jako m_a oraz m_b). Aby otrzymać wartość pędu produktu rozpadu należy wywołać taką funkcję wpisując w nawiasie kwadratowym odpowiednie wartości mas lub też przypisane wcześniej do tych mas symbole.



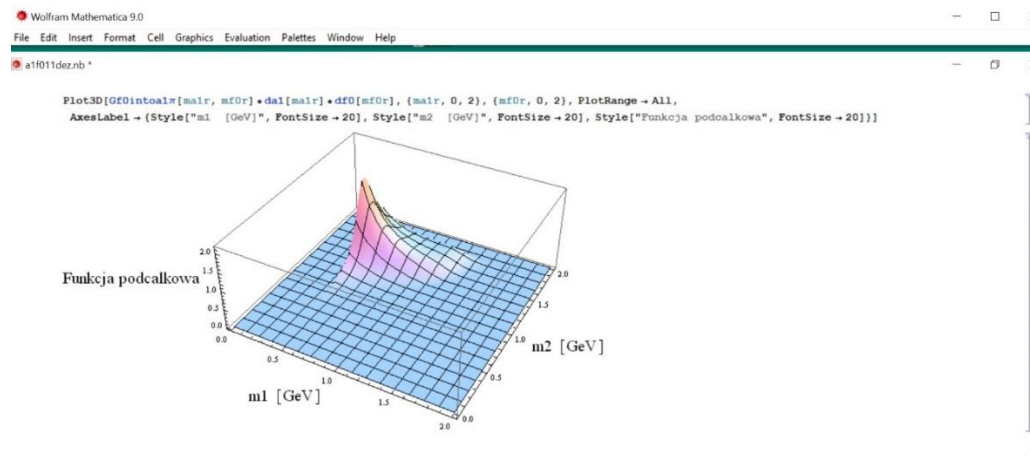
Rys. 6.3. Definiowanie funkcji w programie Wolfram Mathematica.

Program Mathematica umożliwia nam graficzne przedstawienie uzyskanych rezultatów. Wykorzystuje się do tego funkcję $\text{Plot}[f, \{x, x_{\min}, x_{\max}\}]$, która generuje wykres funkcji zależnej od x w zakresie od $x_{\min}$ do $x_{\max}$. Poniżej przedstawiono wykres jednej z funkcji umieszczonej również w jednym z powyższych rozdziałów. Otrzymany wykres możemy w dowolny sposób modyfikować pod względem stylu. Służy do tego między innymi opcja AxesLabel , która opisuje osie wykresu, czy też FontSize określająca rozmiar czcionki. Podobnych opcji graficznych służących poprawieniu estetyki wykresu jest bardzo dużo.



Rys. 6.4. Tworzenie wykresów funkcji w programie Mathematica

Program umożliwia nam również obrazowanie bardziej zaawansowanych zależności. Służy do tego funkcja $\text{Plot3D}[f, \{x, x_{\min}, x_{\max}\}, \{y, y_{\min}, y_{\max}\}]$ generująca trójwymiarową funkcję f zależną od argumentów x oraz y . Na rysunku poniżej zaprezentowano jeden taki wykres, który został również przedstawiony w jednym z poprzednich rozdziałów.



Rys. 6.5. Tworzenie wykresów 3D w programie Wolfram Mathematica.

Program Mathematica oferuje nam bardzo szeroki zakres możliwości. Te przedstawione powyżej stanowią jedynie bardzo znikomą część. Posługując się tym programem, możemy niezwykle sprawnie wykonać obliczenia, ale także, przy użyciu funkcji graficznych, zobrazować je ułatwiając tym samym interpretację otrzymanych wyników.

Bibliografia

[1] Martinus J G Veltman, Facts and Mysteries in Elementary Particle Physics, University of Michigan, Ann Arbor, USA & NIKHEF, The Netherlands, 2003.

[2] <http://cronodon.com/Atomic/QCD.html>

[3] F. Divotgey, L. Olbrich and F. Giacosa, Phenomenology of axial-vector and pseudovector mesons: decays and mixing in the kaonic sector, Eur. Phys. J. A49(2013) 135 doi:10.1140/epja/i2013-13135-3 [arXiv:1306.1193 [hep-ph]].

[4] <https://pl.wikipedia.org/wiki/Hadrony>

[5] <https://pl.wikipedia.org/wiki/Mezony>

[6] Dr Björn Wahlström, Promieniowanie, zdrowie i społeczeństwo, Państwowa Agencja Atomistyki, Warszawa, 2005.

[7] Florian Divotgey, Phenomenology of axial-vector mesons and mixing effects in the kaonic sector, bachelor thesis, Goethe University, Frankfurt am Main, 2012.

[8] Lisa Olbrich, Phenomenology of pseudovector mesons and mixing effects in the kaonic sector bachelor thesis, Goethe University, Frankfurt am Main, 2012.

[9] Stanisław Mrowczyński, ABC Kwantowej Teorii Pola, Wydawnictwo uniwersytetu Jana Kochanowskiego, Kielce, 2016.

[10] Grzymkowski R., Kapusta A., Kuboszek T., Słota D., "Mathematica 6", Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, 2008.

[11] https://pl.wikipedia.org/wiki/Jednostki_Plancka

[12] https://pl.wikipedia.org/wiki/Henri_Becquerel

- [13] https://pl.wikipedia.org/wiki/Maria_Sk%C5%82odowska-Curie
- [14] https://pl.wikipedia.org/wiki/Eksperyment_Rutherforda
- [15] https://pl.wikipedia.org/wiki/Prawo_rozpadu_naturalnego
- [16] C. Patrignani, Particle Data Group, The Review of Particle Physics, Chinese Physics, C, 40, 100001 (2016) and 2017 update.
- [17] <https://www.symmetrymagazine.org/article/december-2012/decay-channel>
- [18] <http://www-pnp.physics.ox.ac.uk/~barra/teaching/resonances.pdf>
- [19] https://pl.wikipedia.org/wiki/Diagram_Feynmana
- [20] D. Parganlija, P. Kovacs, G. Wolf, F. Giacosa and D. H. Rischke, „Meson vacuum phenomenology in a three-flavor linear sigma model with (axial-)vector mesons,”, Phys. Rev. D 87 (2013) no.1,014011 doi:10.1103/PhysRevD.87.014011 [arXiv:1208.0585 [hep-ph]].