

## Uwolnienie kwarków i gluonów

Gaz hadronów – cząstek elementarnych podlegających oddziaływaniom silnym – zamienia się przy odpowiednio wysokiej temperaturze lub gęstości energii w plazmę kwarkowo-gluonową tworzoną przez składniki hadronów, czyli kwarki i gluony. Niniejszy wykład przedstawia niezwykle uproszczony model tego przejścia fazowego, które nazywane jest „uwolnieniem” (po angielsku *deconfinement phase transition*), w jego efekcie bowiem kwarki i gluony wydostają się z wnętrza hadronów by poruszać się w całej objętości zajmowanej przez układ.

### Hadrony, kwarki, gluony

- Hadrony to cząstki elementarne podlegające oddziaływaniom silnym, określanym też jako silne jądrowe. Są pośród hadronów bariony, które są fermionami, i mezony będące bozonami.
- Każdy barion niesie liczbę barionową równą jedności, która jest wielkością zachowywaną. Ponieważ liczba barionowa antybarionu wynosi  $-1$ , więc prawo zachowanie wymaga, aby liczba barionów minus liczba antybarionów była wielkością stałą. Najlżejszymi barionami są nukleony czyli neutron i proton, tworzące jądra atomowe.
- Mezony nie niosą liczby barionowej, a najlżejsze z nich to piony występujące w trzech stanach ładunkowych jako  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ .
- Kwarki są fermionami o spinie  $\hbar/2$  i niosą poza (ułamkowym) ładunkiem elektrycznym pewien rodzaj ładunku zwany kolorem, który w przypadku kwarków jest trzech rodzajów. Powoduje on występowanie sił chromodynamicznych między kwarkami. Liczba barionowa kwarku wynosi  $1/3$ , a antykwarku  $-1/3$ .
- W przyrodzie występuje sześć rodzajów kwarków:  $u$ ,  $d$ ,  $s$ ,  $c$ ,  $b$ ,  $t$ . Masy kwarków  $u$  i  $d$  wynoszą, odpowiednio, ok.  $2$  i  $5$   $\text{MeV}/c^2$ , kwarku  $s$  ok.  $100$   $\text{MeV}/c^2$ , a pozostałe kwarki są dużo cięższe.
- Gluony, będące bozonami o spinie jednostkowym, są kwantami pola chromodynamicznego odpowiedzialnego za oddziaływania kwarków. Ponieważ gluony nie mają masy, występują w dwóch, a nie trzech stanach spinowych jak masywne cząstki o spinie  $\hbar$ . Gluony są elektrycznie neutralne, lecz niosą ładunek kolorowy, który w tym przypadku jest ośmiu rodzajów. Liczba barionowa gluonów jest zerowa.
- Kwarki i gluony podlegają zasadzie uwięzienia tzn. mogą występować jedynie w konfiguracjach kolorowo-neutralnych. Kwarki więc nie mogą istnieć samoistnie, są zawsze składnikami. Nie umiemy na gruncie teoretycznym wykazać zasady uwięzienia i dlatego mówi się zwykle o hipotezie uwięzienia, lecz eksperyment nie daje dużo miejsca na wątpliwości – nie obserwuje się w przyrodzie samoistnych ładunków kolorowych.
- Bariony tworzone są przez trzy kwarki, a mezony są parami kwark-antykwark. Gluony zapewniają wiązanie kwarków w hadrony. Ze względu na zasadę uwięzienia, hadron utworzony przez kwarki i gluony jest kolorowo neutralny. Ładunki kolorowe trzech kwarków tworzących barion odpowiadają trzem kolorom podstawowym, które w sumie dają kolor biały. Ta analogia z kolorami sprawia właśnie, że ładunki chromodynamiczne nazywane są kolorami.

## Gaz hadronowy

- W zderzeniach hadronów mogą powstawać kolejne hadrony. Dla przykładu może zachodzić reakcja



W zderzeniach nukleonów przy odpowiednio wysokiej energii zderzenia może powstawać kilka, a nawet kilkaset mezonów. Liczba cząstek w gazie hadronowym nie jest więc ustalona, lecz zmienia się, a jej średnia wartość zależy od warunków równowagi, szczególnie temperatury. Jest to sytuacja przypominająca gaz fotonów, których liczba też nie jest ściśle określona, choć przy danej temperaturze możemy wyznaczyć średnią liczbę fotonów.

- Jeśli całkowity ładunek elektryczny gazu hadronowego znika, to liczby hadronów dodatnio i ujemnie naładowanych są sobie równe. Zakładamy tutaj, że wszystkie hadrony niosą jednostkowy ładunek elektryczny.
- Jeśli całkowity ładunek barionowy gazu hadronowego znika, to liczby barionów i antybarionów obecnych w gazie są sobie równe, w szczególności mogą być zerowe, czyli bariony i antybariony są nieobecne.
- Masa najlżejszego hadronu, czyli pionu wynosi  $m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2$ , kolejne hadrony są zdecydowanie cięższe. Masa najlżejszego barionu – nukleonu – równa jest  $m_N = 940 \text{ MeV}/c^2$ , a więc jest 6 razy większa niż pionu.
- Jak pamiętamy, temperatura określa średnią wartość energii kinetycznej składników gazu. Jeśli więc temperatura gazu hadronów jest bliska bądź mniejsza od masy pionu, to typowa energia kinetyczna cząstek gazu pozwala na produkcję pionów w zderzeniach hadronów jest natomiast zbyt mała, by można było produkować pary barion-antybarion. A zatem gaz hadronowy o zerowym ładunku barionowym i temperaturze bliskiej bądź mniejszej od masy pionu składa się głównie z pionów. Taki gaz samych pionów będziemy dalej rozważać.
- Jeśli ładunek barionowy gazu hadronów jest niezerowy, wówczas liczba barionów minus liczba antybarionów jest wielkością stałą, lecz w temperaturach bliskich masy pionu antybariony mogą stanowić jedynie niewielką domieszkę. Można więc ich obecność zaniedbać i przyjąć, że obecne są jedynie bariony. Dalsze uproszczenie polega na przyjęciu, że dominują te najlżejsze, czyli nukleony.

## Gęstość gazu pionów

- Funkcja rozkładu pionów w gazie idealnym o temperaturze  $T$  dana jest wzorem

$$f_\pi(E) \equiv \frac{g_\pi}{e^{\beta E} - 1}, \quad (2)$$

gdzie  $E \equiv \sqrt{m_\pi^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2}$  jest energią pionu, a  $\mathbf{p}$  jest pędem,  $\beta \equiv \frac{1}{k_B T}$ , zaś  $g_\pi$  to liczba wewnętrznych stopni swobody pionu, czyli liczba jego rodzajów. Piony występują w trzech postaciach ładunkowych jako  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ . Mają zerowy spin, więc nie mogą przyjmować różnych stanów spinowych. Antycząstką  $\pi^+$  jest  $\pi^-$ , zaś  $\pi^0$  jest cząstką istotnie obojętną, czyli jest samą swoją antycząstką. Sumując te wszystkie fakty stwierdzamy, że  $g_\pi = 3$ . Ponieważ piony są bozonami, w mianowniku funkcji rozkładu mamy  $-1$ .

- Liczbę pionów znajdujemy jako

$$N_\pi = \int d^3x \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 \hbar^3} f(E) = \frac{g_\pi V}{\hbar^3} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\beta E} - 1}, \quad (3)$$

gdzie  $\hbar$  jest stałą Plancka. Po podstawieniu funkcji rozkładu (2) do formuły (3), wykonaliśmy trywialną całkę po położeniu, która daje objętość  $V$ . Gęstość pionów  $\rho_\pi$  dana jest wzorem

$$\rho_\pi \equiv \frac{N_\pi}{V} = \frac{g_\pi}{\hbar^3} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\beta E} - 1}. \quad (4)$$

- Aby łatwo było uchwycić głębszy sens wyrażenia (4), przyjmijmy dwa mocno upraszczające założenia. Potraktujemy piony jako cząstki bezmasowe, a ponadto zaniebamy efektu statystyki kwantowej tzn. pominiemy  $-1$  w mianowniku funkcji rozkładu. W ten sposób otrzymujemy

$$\rho_\pi \approx \frac{g_\pi}{\hbar^3} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{-\beta c|\mathbf{p}|}. \quad (5)$$

Wprowadzając współrzędne sferyczne z  $p \equiv |\mathbf{p}|$  i wykonując trywialne całkowanie po pełnym kącie bryłowym, dostajemy

$$\rho_\pi \approx \frac{g_\pi}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty dp p^2 e^{-\beta c p} = \frac{g_\pi}{\pi^2 \hbar^3 \beta^3 c^3} = \frac{g_\pi k_B^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^3, \quad (6)$$

gdzie skorzystaliśmy ze wzoru

$$\int_0^\infty dx x^2 e^{-\alpha x} = \frac{2}{\alpha^3}, \quad (7)$$

który wyprowadzamy wykonując dwukrotne całkowanie przez części.

- Formuła (6) pokazuje, że gęstość pionów wzrasta z temperaturą jak jej trzecia potęga. Ponieważ średnia odległość między pionami w gazie wynosi  $a = \rho_\pi^{-1/3}$ , więc przy odpowiednio wysokiej temperaturze odległość między pionami staje się porównywalna z rozmiarami pionów. Przyjmując, że promień pionu wynosi  $r_\pi = 0.5$  fm (fm =  $10^{-13}$  cm), obliczmy temperaturę  $T_c$ , przy której  $a = 2r_\pi$ . Należy zatem rozwiązać ze względu na  $T$  równanie  $2r_\pi = \rho_\pi^{-1/3}$ , czyli

$$2r_\pi = \frac{\pi^{2/3}}{g_\pi^{1/3}} \frac{\hbar c}{k_B T}. \quad (8)$$

Tak znajdujemy

$$k_B T_0 = \frac{\pi^{2/3}}{2g_\pi^{1/3}} \frac{\hbar c}{r_\pi}. \quad (9)$$

Podstawiając do wzoru (9) wartości  $g_\pi = 3$ ,  $r_\pi = 0.5$  fm oraz  $\hbar c = 197,3$  MeV · fm, otrzymujemy  $k_B T_0 = 293$  MeV.

- Powyżej temperatury  $T_0$  trudno mówić o pionach jako składnikach gazu, bowiem piony przekrywają się. Spodziewamy się, że gaz tworzą wówczas składniki pionów, czyli kwarki i gluony.
- Zrobimy jeszcze dwie uwagi. Fakt, że gęstość pionów jest trzecią potęgą temperatury wynika z analizy wymiarowej, jeśli przyjąć, że piony są bezmasowe. W takim wypadku bowiem, temperatura jest jedynym parametrem wymiarowym występującym w problemie. Ponadto zauważamy, że jednoznaczny związek gęstości i temperatury, uniemożliwia traktowanie tych wielkości jako niezależnych zmiennych termodynamicznych.

## Plazma kwarkowo-gluonowa

- Plazmę kwarkowo-gluonowa będziemy traktować jako gaz idealny kwarków i gluonów, przy czym uwzględnimy tylko najlżejsze kwarki  $u$  i  $d$ , pomijając przy tym ich masy.
- Założymy też, że całkowity ładunek barionowy układu jest zerowy, co oznacza, że liczby kwarków i antykwarków są sobie równe.
- Pamiętając, że kwarki są fermionami, a gluony bozonami, funkcje rozkładu kwarków i gluonów w idealnym gazie o temperaturze  $T$  dane są wzorami

$$f_q(E) \equiv \frac{g_q}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}, \quad f_{\bar{q}}(E) \equiv \frac{g_{\bar{q}}}{e^{\beta(E+\mu)} + 1}, \quad f_g(E) \equiv \frac{g_g}{e^{\beta E} - 1} \quad (10)$$

gdzie  $E \equiv |\mathbf{p}|c$ . Liczby wewnętrznych stopni swobody  $g_q$ ,  $g_{\bar{q}}$  i  $g_g$  obliczamy następująco. Mamy dwa rodzaje kwarków, które mają spin  $\hbar/2$ , więc każdy kwark może być w dwóch stanach spinowych. W końcu każdy kwark może nieść jeden z trzech kolorów. A zatem  $g_q = 2 \times 2 \times 3 = 12$ . Dokładnie tak samo rzecz się ma z antykwarkami, więc  $g_{\bar{q}} = g_q$ . Gluony są swoimi antycząstkami, występują w dwóch stanach spinowych i ośmiu kolorowych, więc liczba wewnętrznych stopni swobodny wynosi  $g_g = 2 \times 8 = 16$ . W funkcjach rozkładu kwarków i antykwarków (10) pojawił się potencjał chemiczny  $\mu$ , który ma przeciwną wartość dla cząstek i antycząstek. Wybierając wartość potencjału chemicznego, możemy określić liczbę kwarków i antykwarków, czego wymaga zachowanie ładunku barionowego.

- Jeśli pomniemy efekty statystyki kwantowej i gluony będziemy traktować jako cząstki klasyczne, wówczas gęstość gluonów dana jest wzorem analogicznym do formuły (6), czyli

$$\rho_g = \frac{g_g k_B^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^3. \quad (11)$$

- W przypadku kwarków i antykwarków, które również traktujemy jako bezmasowe cząstki klasyczne, musimy pamiętać o potencjałach chemicznych, modyfikujących nieco wyrażenie (6). Gęstości dane są wzorami

$$\rho_q = \frac{g_q k_B^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} z T^3, \quad \rho_{\bar{q}} = \frac{g_q k_B^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} \frac{1}{z} T^3, \quad (12)$$

gdzie wielkość  $z = e^{\beta\mu}$  zwie się aktywnością. Jak widzimy aktywność wchodzi do gęstości kwarków, zaś odwrotność aktywności  $z^{-1} = e^{-\beta\mu}$  do gęstości antykwarków.

- Skoro jest zachowana liczba barionowa, a objętość układu  $V$  jest ustalona, wówczas zachowana jest gęstość ładunku barionowego

$$\rho_B = \frac{1}{3}(\rho_q - \rho_{\bar{q}}), \quad (13)$$

gdzie ułamek  $1/3$  jest wartością liczby barionowej kwarku.  $T$  i  $\rho_B$  traktujemy jako zmienne niezależne, poprzez które musimy wyrazić  $z$ .

- Podstawiając gęstości kwarków i antykwarków (12) do wyrażenia (13), otrzymujemy równanie kwadratowe na  $z$ , czyli

$$z^2 - bz - 1 = 0, \quad (14)$$

gdzie  $b \equiv \frac{3\pi^2 \hbar^3 c^3 \rho_B}{g_q k_B^3 T^3}$ . Równanie ma jeden pierwiastek dodatni

$$z = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4}}{2}. \quad (15)$$

Wyznaczywszy  $z$ , możemy określić gęstości kwarków i antykwarków.

- Zwróćmy uwagę, że gdy  $\rho_B = 0$ , wtedy  $z = z^{-1} = 1$  i gęstości kwarków oraz antykwarków są zgodne z oczekiwaniami sobie równe.
- Całkowita gęstość cząstek plazmy – kwarków, antykwarków i gluonów – wynosi

$$\rho_{\text{QGP}} = \rho_q + \rho_{\bar{q}} + \rho_g = \frac{k_B^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^3 \left[ g_q \left( z + \frac{1}{z} \right) + g_g \right]. \quad (16)$$

Formuła upraszcza się, jeśli  $\rho_B = 0$ . Wówczas

$$\rho_{\text{QGP}} = \frac{(2g_q + g_g)k_B^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^3. \quad (17)$$

### Przejście fazowe przy zerowej gęstości barionowej

- Na początek rozważmy przejście fazowe uwolnienia przy zerowej gęstości barionowej. W gazie hadronowym możemy wówczas zaniedbać niewielkie domieszki barionów i antybarionów. W plazmie kwarkowo-gluonowej zaś mamy równe liczby kwarków i antykwarków. Przyjmując  $\rho_B = 0$ , omijamy komplikacje związane z wyliczeniem aktywności  $z$ .
- Załóżmy, że przejście fazowe uwolnienia jest przejściem pierwszego rodzaju, a gaz hadronowy i plazma kwarkowo-gluonowa są dwiema fazami silnie oddziałującej materii, fazami które w pewnych warunkach mogą koegzystować. Jeśli dana substancja może występować przy danej temperaturze w dwóch różnych fazach, ta faza jest faktycznie realizowana, która wytwarza większe ciśnienie. Faza o większym ciśnieniu wypycha tę o niższym. A jeśli ciśnienia obu faz są równe, to mamy do czynienia z koegzystencją faz.
- Stosując równanie stanu gazu doskonałego ( $p = \rho k_B T$ ) zarówno dla pionów jak i dla plazmy oraz znając gęstości pionów (6) i plazmy (17) dostajemy ciśnienia jako

$$p_\pi = \rho_\pi k_B T = \frac{g_\pi k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 \quad (18)$$

oraz

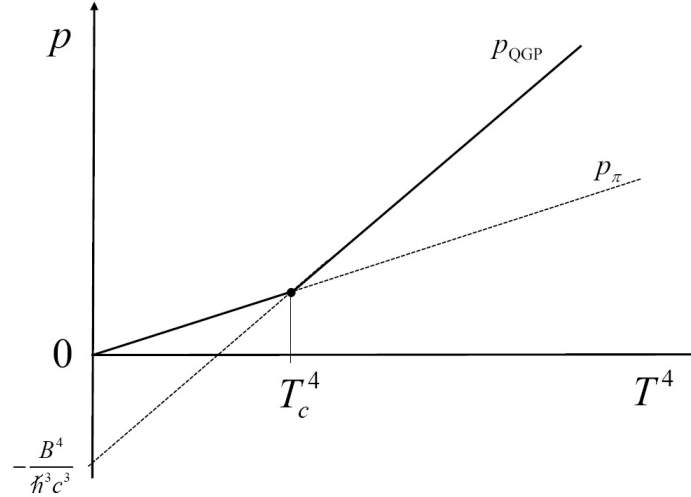
$$p_{\text{QGP}} = \frac{(2g_q + g_g)k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4. \quad (19)$$

Ponieważ  $g_\pi = 3$ , a  $2g_q + g_g = 40$ , więc  $p_\pi < p_{\text{QGP}}$  dla wszystkich temperatur.

- Doszliśmy do nieoczekiwane wniosku, że plazma kwarkowo-gluonowa występuje przy dowolnej temperaturze, zaś gaz pionów nigdy. Ewidentnie przeczy to doświadczeniu. W niskich bowiem temperaturach spodziewamy się obserwować gaz hadronowy, a przy odpowiednio wysokich plazmę kwarkowo-gluonową.
- Jak już wspomnieliśmy, ładunki kolorowe podlegają uwięzieniu – mogą występować jedynie w konfiguracjach kolorowo neutralnych, nigdy zaś samoistnie. Najprostszy sposób uwzględnienia zasady uwięzienia polega na założeniu, że próżnia wytwarza ciśnienie na ładunki kolorowe, co oznacza, że ciśnienie  $p_{\text{QGP}}$  należy zmniejszyć o pewną wartość tzn.

$$p_{\text{QGP}} = \frac{(g_q + g_g)k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 - \frac{1}{\hbar^3 c^3} B^4, \quad (20)$$

gdzie parametr  $B$  zwany „stałą worka” równy jest w przybliżeniu 200 MeV. Określenie „stała worka” i przyjęcie litery  $B$  dla jej oznaczenia bierze się stąd, że przedstawiony sposób uwzględnienia zasady uwięzienia pojawił się na gruncie modelu worka (po angielsku *bag*) struktury hadronu. Współczynnik  $\hbar^3 c^3$  służy jedynie przeliczeniu jednostek.



Rysunek 1: Ciśnienia gazu pionów i plazmy kwarkowo-gluonowej jako funkcje czwartej potęgi temperatury

- Porównajmy teraz  $p_\pi$  i  $p_{\text{QGP}}$  dane wzorami (18) i (24). Jak pokazuje Rys. 1, gdy  $T < T_c$ , występuje gaz hadronowy, ponieważ  $p_\pi > p_{\text{QGP}}$ , natomiast gdy  $T > T_c$ , mamy plazmę kwarkowo-gluonową, bo  $p_\pi < p_{\text{QGP}}$ . Temperaturę przejścia fazowego  $T_c$  znajdujemy z równania  $p_\pi = p_{\text{QGP}}$ , czyli

$$\frac{g_\pi k_B^4}{\pi^2} T^4 = \frac{(2g_q + g_g) k_B^4}{\pi^2} T^4 - B^4. \quad (21)$$

- Rozwiązawszy równanie otrzymujemy

$$k_B T_c = \left( \frac{\pi^2}{2g_q + g_g - g_\pi} \right)^{1/4} B. \quad (22)$$

Podstawiając  $g_\pi = 3$ ,  $2g_q + g_g = 40$  oraz  $B = 200$  MeV, otrzymujemy  $k_B T_c = 144$  MeV.

- Opis przejścia fazowego uwolnienia jest w rzeczywistości dużo bardziej skomplikowany, lecz przedstawiony model, mimo daleko idących uproszczeń, daje całkiem realistyczną wartość temperatury przejścia  $T_c$  przy  $\rho_B = 0$ .

## Przejście fazowe przy niezerowej gęstości barionowej

- Skoro rozważany układ silnie oddziałującej materii ma niezerową gęstość barionową  $\rho_B$ , w gazie hadronowym mamy pewną liczbę barionów (domieszkę antybarionów ignorujemy), zaś w plazmie kwarkowo-gluonowej występuje odpowiednia nadwyżka kwarków nad antykwarkami określona wielkością aktywności  $z$ .
- Tak jak w przypadku  $\rho_B = 0$ , przyjmujemy, że przejście fazowe jest pierwszego rodzaju, co oznacza, że faza o wyższym ciśnieniu przy zadanych wartościach  $T$  i  $\rho$  jest faktycznie realizowana.
- Stosując, jak poprzednio, równanie stanu gazu doskonałego ( $p = \rho k_B T$ ) zarówno dla gazu hadronowego jak i dla plazmy, znajdujemy ciśnienia obu faz jako

$$p_{\text{HG}} = \frac{g_\pi k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 + \rho_B k_B T, \quad (23)$$

$$p_{\text{QGP}} = \frac{k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 \left[ g_q \left( z + \frac{1}{z} \right) + g_g \right] - \frac{1}{\hbar^3 c^3} B^4 \quad (24)$$

gdzie aktywność  $z$  dana jest wzorem (15). Dodajmy, że w ciśnieniu plazmy uwzględniliśmy wkład spowodowany uwięzieniem koloru.

- Porównując ciśnienia (23) i (24), widzimy, że przy odpowiednio niskiej temperaturze  $p_{\text{QGP}}$  jest mniejsze od zera i wtedy z pewnością występuje gaz hadronowy. Przy wyższych temperaturach pojawia się plazma kwarkowo-gluonowa. Wyznaczenie temperatury przejścia  $T_c$  jako funkcji  $\rho_B$  wymaga rozwiązania równania

$$p_{\text{HG}}(T, \rho_B) = p_{\text{QGP}}(T, \rho_B), \quad (25)$$

co jest dosyć trudne. Rozważmy więc tylko dwa graniczne przypadki.

### 1. Mała gęstość barionowa

- Jeśli gęstość barionowa jest dużo mniejsza od gęstości pionów, czyli

$$\frac{g_\pi k_B^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^3 \gg \rho_B, \quad (26)$$

to równanie (15) pokazuje, że aktywność  $z$  jest wtedy bliska jedności. Możemy więc przyjąć, że  $z = 1 + \epsilon$ , gdzie  $\epsilon \ll 1$ .

- W takim wypadku

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{1 + \epsilon} \approx 1 - \epsilon, \quad (27)$$

a co za tym idzie

$$z + \frac{1}{z} \approx 2. \quad (28)$$

- Dzięki wynikowi (28) wyrażenie na ciśnienie plazmy (24) mocno się upraszcza, a równanie (25) przybiera postać

$$\frac{g_\pi k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 + \rho_B k_B T = \frac{(2g_q + g_g) k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 - \frac{1}{\hbar^3 c^3} B^4, \quad (29)$$

co zapiszemy jako

$$\frac{(2g_q + g_g - g_\pi) k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 = \frac{1}{\hbar^3 c^3} B^4 + \rho_B k_B T. \quad (30)$$

- Zwróćmy teraz uwagę, że wobec warunku (26), wkład barionów do ciśnienia gazu hadronów (23) jest niewielki. Jeśli pominąć go całkowicie, to wracamy do omówionego już przypadku  $\rho_B = 0$ , kiedy temperatura przejścia fazowego dana jest formułą (22).
- Można uwzględnić wkład barionów do ciśnienia gazu hadronowego, nie popełniając przy tym dużej pomyłki, jeśli temperaturę w wyrażeniu  $\rho_B k_B T$  zastąpić temperaturą (22), którą teraz oznaczmy jako  $T_c(0)$ . Wówczas równanie (31) przybiera postać

$$\frac{(2g_q + g_g - g_\pi) k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 = \frac{1}{\hbar^3 c^3} B^4 + \rho_B k_B T_c(0), \quad (31)$$

które bez trudu rozwiązujemy, znajdując

$$k_B T_c(\rho_B) = k_B T_c(0) \left( 1 + \frac{\pi^2}{(2g_q + g_g - g_\pi) k_B^3 T_c^3(0)} \hbar^3 c^3 \rho_B \right)^{1/4} \quad (32)$$

$$\approx k_B T_c(0) \left( 1 + \frac{\pi^2}{4(2g_q + g_g - g_\pi) k_B^3 T_c^3(0)} \hbar^3 c^3 \rho_B \right). \quad (33)$$

- Podstawivszy  $T_c(0)$  dane formułą (22) ostatecznie znajdujemy

$$k_B T_c(\rho_B) = k_B T_c(0) \left( 1 + \frac{\pi^{1/2}}{4(2g_q + g_g - g_\pi)^{1/4}} \frac{\hbar^3 c^3 \rho_B}{B^3} \right). \quad (34)$$

Widzimy temperatura przejścia fazowego wzrasta, gdy rośnie gęstość barionowa.

## 2. Duża gęstość barionowa

- Jeśli gęstość barionowa jest dużo większa od gęstości pionów, czyli

$$\frac{g_\pi k_B^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^3 \ll \rho_B, \quad (35)$$

to wkład pionów do ciśnienia gazu hadronów (23) możemy zaniedbać. W ciśnieniu plazmy kwarkowo-gluonowej natomiast można pominąć wkłady od antykwarków i gluonów, gdyż kwarków jest dużo więcej niż antykwarków i dużo więcej niż gluonów. Równanie (15) mówi bowiem, że

$$z \approx \frac{3\pi^2 \hbar^3 c^3 \rho_B}{g_q k_B^3 T^3} \gg 1. \quad (36)$$

- Doszliśmy zatem do spodziewanego wniosku, że w fazie hadronowej mamy gaz (prawie samych) barionów, zaś w fazie kwarkowej gaz (prawie samych) kwarków, przy czym kwarków jest trzy razy więcej niż barionów, co wynika z zachowania liczby barionowej.
- Ciśnienia gazu hadronowego – w tym wypadku gazu barionów – oraz plazmy kwarkowo-gluonowej – w tym wypadku gazu kwarków – wynoszą

$$p_{\text{HG}} = \rho_B k_B T, \quad (37)$$

$$p_{\text{QGP}} = \frac{g_q k_B^4}{\pi^2 \hbar^3 c^3} T^4 z - \frac{1}{\hbar^3 c^3} B^4 = 3\rho_B k_B T - \frac{1}{\hbar^3 c^3} B^4. \quad (38)$$

- Równanie (25) na temperaturę przejścia przybiera postać

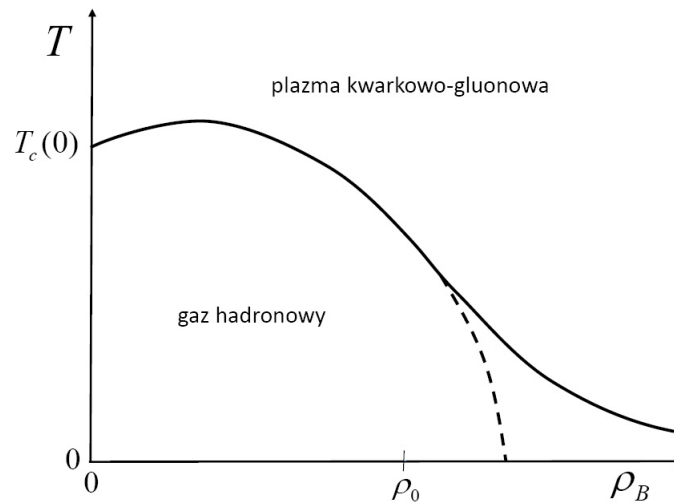
$$\rho_B k_B T = 3\rho_B k_B T - \frac{1}{\hbar^3 c^3} B^4 \quad (39)$$

i ma proste rozwiązanie

$$k_B T_c(\rho_B) = \frac{B^4}{2\hbar^3 c^3 \rho_B}. \quad (40)$$

- Widzimy, że w obszarze dużej gęstości barionowej temperatura przejścia fazowego spada, gdy rośnie  $\rho_B$ . Jeśli przyjąć, że  $\rho_B = 10\rho_0$ , gdzie  $\rho_0$  jest tzw. normalną gęstością jądrową, czyli gęstością nukleonów wewnątrz dużych jąder atomowych wynoszącą  $\rho_0 = 0.12 \text{ fm}^{-3}$ , to  $k_B T_c = 87 \text{ MeV}$ . W rzeczywistości oczekuje się, że temperatura przejścia fazowego spada do zera, gdy  $\rho_B$  kilkakrotnie przekracza  $\rho_0$ .





Rysunek 2: Schematyczny diagram fazowy silnie oddziaływającej materii

### Diagram fazowy i uwagi końcowe

- Schematyczny diagram fazowy silnie oddziaływającej materii, odpowiadający mocno uproszczonemu modelowi opisanemu powyżej, przedstawia Rysunek 2. Linia przerywana określa przewidywanie oparte na modelu bardziej realistycznym niż ten, który tutaj rozpatrzyliśmy.
- Na koniec wypada stwierdzić, że znalezienie i zrozumienie diagramu fazowego silnie oddziaływającej materii jest ważnym, aktualnym i dalekim jeszcze od rozwiązania problemem, który jest przedmiotem aktywnie prowadzonych badań teoretycznych i doświadczalnych.
- Badania doświadczalne realizowane są poprzez analizę zderzeń najcięższych jąder atomowych, np. złota lub ołowiu, przyspieszanych do energii daleko większych niż ich masy (pomnożone przez  $c^2$ ). W zderzeniach takich powstają krople plazmy kwarkowo-gluonowej, lecz po czasie rzędu zaledwie  $10^{-22}$  s kropla taka zamienia się w hadrony rejestrowane jako produkty owych zderzeń. Na podstawie charakterystyk produkowanych hadronów staramy się dociec, jaka była historia jądrowego zderzenia.
- Jakkolwiek wytworzenie w ziemskim laboratorium choćby kropli plazmy kwarkowo-gluonowej jest prawdziwym wyzwaniem, są poważne powody, aby przypuszczać, że materia Wszechświata była właśnie w fazie kwarkowo-gluonowej wkrótce po Wielkim Wybuchu. Po krótkim czasie przekształciła się w gaz hadronowy, gdy Wszechświat rozszerzał się stygnąc.
- Przypuszcza się także, że plazma kwarkowo-gluonowa występuje w gęstych jądrach gwiazd neutronowych lub podobnych zwartych obiektach astrofizycznych. Możemy o tym jednak wnioskować tylko w sposób bardzo pośredni.