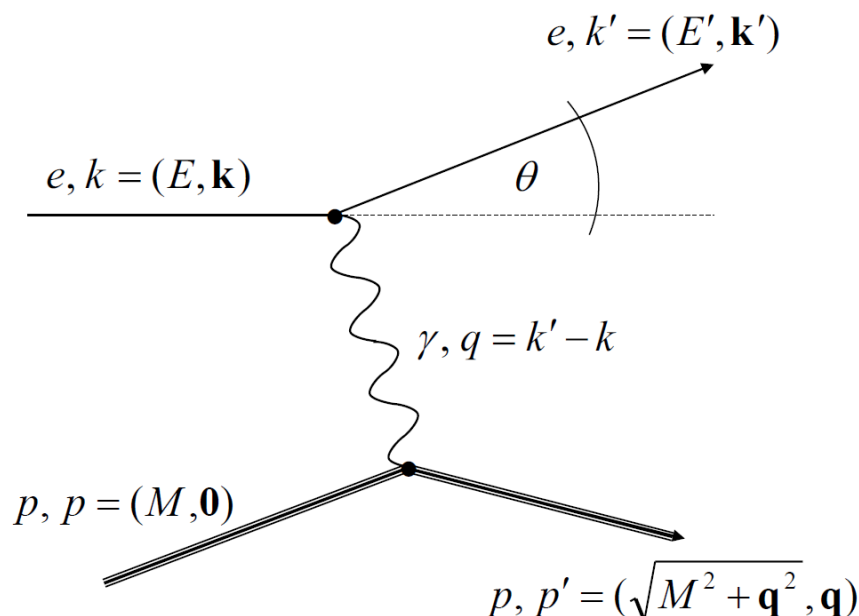


Rozpraszanie głęboko nieelastyczne i partonowy model protonu

- Jak już było wspomniane, współczesna teoria kwarkowej budowy hadronów ma dwojaki pochodzenie – statyczne i dynamiczne. Koncepcja kwarków była, z jednej strony, naturalną konsekwencją odkrycia symetrii SU(3) pozwalającej klasyfikować hadrony ze względu na ich statyczne własności. Z drugiej strony, kwarki jako składniki hadronów pojawiły przy próbach zrozumienia procesów zderzeń z udziałem hadronów, a szczególnie rozpraszania elektronów na protonach. Wykład ten jest poświęcony krótkiemu przedstawieniu tego właśnie zagadnienia.
- Rozważmy rozpraszanie elastyczne elektronu na protonie, które, jak pokazuje rysunek, polega na wymianie wirtualnego fotonu między naładowanymi elektrycznie elektronem i protonem. Wirtualność oznacza tutaj, że kwadrat czterowektora pędu fotonu jest, w ogólności, różny od zera $q^2 \equiv q_0^2 - \mathbf{q}^2 \neq 0$. Rysunek definiuje czteropędy elektronu i protonu w stanie początkowym i końcowym. Proces rozpatrujemy w układzie, w którym początkowy proton spoczywa. Zakładamy przy tym, że początkowa energia elektronu jest dużo większa od masy, więc jego prędkość równa jest prędkości światła.



Wykład XI cd.

Fizyka cząstek elementarnych

- Jeśli długość fali fotonu równa $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{|\mathbf{q}|}$ jest dużo większa od promienia protonu, wówczas foton „widzi” proton jako obiekt punktowy, pozbawiony struktury wewnętrznej. Przekrój czynny na rozpraszanie elektronu w kąt bryłowy $d\Omega$ dany jest wtedy znanym wzorem

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\alpha^2(E')^2}{Q^4} \frac{E'}{E} \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right],$$

gdzie $\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi}$, M jest masą protonu, $Q^2 \equiv -q^2 = -q_0^2 + \mathbf{q}^2$, E, E' są energiami elektronu w stanie początkowym i końcowym.

- Na potrzeby dalszej dyskusji przekrój czynny na rozpraszanie elektronu na protonie zapiszemy jeszcze w postaci

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2(E')^2}{Q^4} \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right),$$

gdzie $\nu \equiv E - E' = -q_0$. Zmienną $\nu \equiv E - E'$ wykorzystamy rozważając proces nieelastyczny. W przypadku rozpraszania elastycznego energia końcowa elektronu E' określona jest prawami zachowania energii i pędu, o ile zadany jest kąt rozproszenia θ . Podobnie zmienna ν nie jest niezależna od \mathbf{q} . Łatwo się tym przekonać obliczając kwadrat czteropędu protonu w stanie końcowym:

$$(M - q_0)^2 - \mathbf{q}^2 = (M + \nu)^2 - \mathbf{q}^2 = M^2 + 2\nu M + \nu^2 - \mathbf{q}^2 = M^2 + 2\nu M - Q^2.$$

Ponieważ kwadrat czteropędu protonu równy jest kwadratowi masy protonu, mamy

$$M^2 + 2\nu M - Q^2 = M^2 \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{Q^2}{2M},$$

co wyjaśnia obecność funkcji delta w ostatnim wzorze na przekrój czynny. Można oczywiście wykonać całkowanie po energii, które usuwa ze tego wzoru. Trzeba tylko pamiętać o formule

$$\int dx \delta(f(x)) = \frac{1}{f'(x_0)},$$

w której x_0 jest punktem, gdzie znika funkcja $f(x)$, czyli $f(x_0) = 0$.

Wykład XI cd.

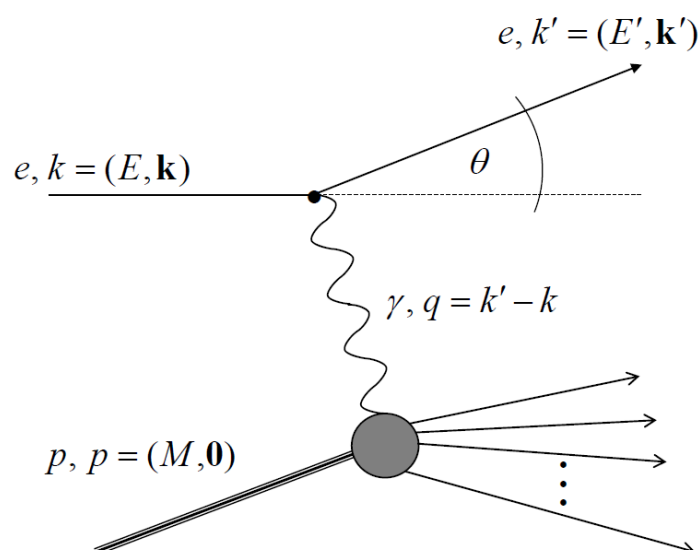
Fizyka cząstek elementarnych

- Jeśli długość fali fotonu staje się porównywalna z promieniem protonu, wówczas foton „widzi” proton jako obiekt rozciągnięty, dostrzega jego strukturę. Przekrój czynny na rozpraszanie elektronu na protonie można zapisać w postaci

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2(E')^2}{Q^4} \left[W_2(Q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(Q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \delta\left(v - \frac{Q^2}{2M}\right),$$

gdzie pojawiły się dwie bezwymiarowe funkcje $W_1(Q^2)$ i $W_2(Q^2)$ zwane czynnikami kształtu (ang. *form factor*), które opisują elektromagnetyczną strukturę protonu, czyli rozkład ładunku elektrycznego i momentu magnetycznego. Funkcje te wyznaczane są eksperymentalnie. Zauważmy też, że przy $W_2(Q^2) = 1$ i $W_1(Q^2) = \frac{Q^2}{4M^2}$ wracamy do poprzednio rozważanego rozpraszania na protonie pozbawionym struktury wewnętrznej.

- Funkcje $W_1(Q^2)$ i $W_2(Q^2)$ badane są doświadczalnie. Gdy $Q^2 \ll M^2$, przyjmują one postać odpowiadającą właśnie punktowemu protonowi. Kiedy zaś $Q^2 \gg M^2$, funkcje te zachowują się jak $W_2(Q^2) \sim Q^{-4}$ i $W_1(Q^2) \sim Q^{-2}$, co sprawia, że przekrój czynny na elastyczne rozpraszanie na rzeczywistym protonie ubywa z Q^2 szybciej o czynnik Q^{-4} niż przekrój czynny na rozpraszanie na punktowym protonie.
- Rozważmy teraz zilustrowane na rysunku nieelastyczne rozpraszanie elektronu na protonie, w którego stanie końcowym mamy rozproszony elektron oraz cząstki wyprodukowane w oddziaływaniu fotonu z protonem.



Wykład XI cd.

Fizyka cząstek elementarnych

- W przypadku rozpraszania elastycznego energia końcowa elektronu jest określona przez kąt rozproszenia, co wiąże się z faktem, że energię protonu jednoznacznie określa jego pęd. W oddziaływaniu nieelastycznym sumaryczny pęd wyprodukowanych cząstek nie określa ich całkowitej energii, co sprawia, że końcowa energia elektronu i kąt rozpraszania są zmiennymi niezależnymi. Opisując rozpraszanie można oczywiście wybrać dwie niezależne zmienne kinematyczne na wiele sposobów. Przekrój czynny na rozpraszanie nieelastyczne można w szczególności zapisać następująco

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2(E')^2}{Q^4} \left[W_2(\nu, Q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu, Q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right],$$

gdzie uwzględniliśmy, że funkcje $W_1(\nu, Q^2)$ i $W_2(\nu, Q^2)$ określające strukturę protonu i zwane funkcjami struktury zależą nie tylko od Q^2 , lecz również od zmiennej $\nu \equiv E - E'$. Zwróćmy uwagę, że funkcje $W_1(\nu, Q^2)$ i $W_2(\nu, Q^2)$ mają wymiar odwrotnej masy, odróżnieniu od $W_1(Q^2)$ i $W_2(Q^2)$, które są bezwymiarowe.

- Jeśli

$$W_1(\nu, Q^2) = W_1(Q^2) \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right), \quad W_2(\nu, Q^2) = W_2(Q^2) \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right),$$

odtworzamy wzór na rozpraszanie elastyczne. Jeśli zaś

$$W_1(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{4M^2} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right), \quad W_2(\nu, Q^2) = \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right),$$

mamy rozpraszanie elastyczne na pozbawionym struktury, czyli punktowym, protonie.

- Rozpraszanie nieelastyczne w obszarze kinematyczny, gdy $Q^2 \gg M^2$ i $\nu^2 \gg M^2$ nazywane jest rozpraszaniem głęboko nieelastycznym. Zajmiemy się nim właśnie w dalszej części wykładu.
- Jak już było powiedziane, funkcje $W_2(Q^2)$ i $W_1(Q^2)$ szybko spadają do zera, gdy $Q^2 \rightarrow \infty$. Można więc było przypuszczać, że funkcje $W_2(\nu, Q^2)$ i $W_1(\nu, Q^2)$ zachowują się podobnie. Tak jednak nie jest.

Wykład XI cd.

Fizyka cząstek elementarnych

- James Bjorken sformułował w 1968 roku hipotezę, że w granicy $Q^2 \rightarrow \infty$ oraz $\nu \rightarrow \infty$ przy ustalonej wartości bezwymiarowej zmiennej $x \equiv \frac{Q^2}{2M\nu}$, funkcje struktury $W_2(\nu, Q^2)$ i $W_1(\nu, Q^2)$ wyrażają się następująco

$$W_1(\nu, Q^2) = \frac{1}{M} F(x), \quad W_2(\nu, Q^2) = \frac{2x}{\nu} F(x),$$

co oznacza, że funkcje struktury, które w ogólności zależą od dwóch zmiennych Q^2 i ν , faktycznie zależą jedynie od ich kombinacji $x \equiv \frac{Q^2}{2M\nu}$.

Jest to tzw. skalowanie Bjorkena.

- Pomiar przeprowadzone w Stanford w Kalifornii ujawniły wkrótce, że funkcje struktury rzeczywiście spełniają, choć tylko w przybliżeniu, skalowanie Bjorkena.
- Jak zobaczymy, skalowanie Bjorkena oznacza, że głęboko nieelastyczne rozpraszanie elektronu na protonie odbywa się poprzez rozpraszanie na punktowych składnikach protonu.

Model partonowy

- Oryginalne rozumowanie, które doprowadziło Bjorkena do hipotezy skalowania, jest dosyć złożone. My zajmiemy się prostym modelem sformułowanym przez Richarda Feynmana, w którym skalowanie ma jasną fizyczną interpretację.
- Załóżmy, że proton zbudowany jest z pewnej liczby partonów (od ang. *part* – część), z których każdy niesie ułamek x energii protonu. Wielkość x ma charakter ciągły i zmienia się w zakresie $[0,1]$. Partony mogą być kilku rodzajów i niosą różne ładunki elektryczne. Rozkład zmiennej x partonu i -tego typu dany jest funkcją $f_i(x)$, która spełnia następujący warunek unormowania

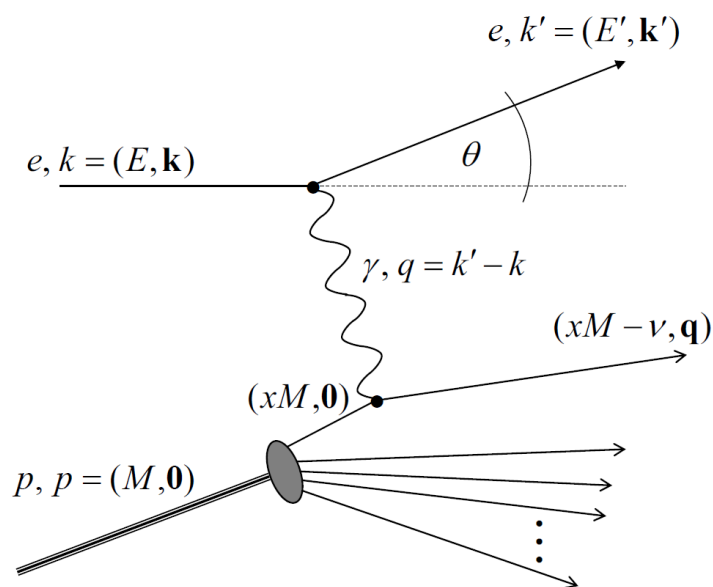
$$\sum_i \int_0^1 dx x f_i(x) = 1.$$

Oznacza on, że nie liczba partonów jest ustalona, ale energia niesiona przez wszystkie partony.

Wykład XI cd.

Fizyka cząstek elementarnych

- Przyjmujemy dalej silnie upraszczające założenie, że w układzie, w którym proton spoczywa, partony również spoczywają, więc masa partonu niosącego ułamek x energii protonu wynosi xM .
- Zakładamy teraz, że głęboko nieelastyczne rozpraszanie elektronu na protonie zachodzi, jak to ilustruje rysunek, poprzez elastyczne rozpraszanie na pojedynczym partonie, który nie oddziałuje z pozostałymi partonami.



- Założenie, że rozpraszanie na partonie jest elastyczne oznacza, że kwadrat czteropędu partonu po oddziaływaniu z fotonem równy jest kwadratowi masy partonu, czyli x^2M^2 . Sprawia to, że

$$(xM - \nu)^2 - \mathbf{q}^2 = x^2M^2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{Q^2}{2\nu M}.$$

A więc kinematyka procesu rozpraszania wyznacza zmienną x , czyli ułamek energii protonu jaki początkowo niesie parton oddziałujący z fotonem.

- Zauważamy, że choć rozpraszanie na partonie jest elastyczne, rozpraszanie na protonie elastyczne nie jest. Kwadrat czteropędu całego układu partonów nie jest bowiem równy kwadratowi masy protonu. Innymi słowy zmienne ν i Q^2 są od siebie niezależne.

Wykład XI cd.

Fizyka cząstek elementarnych

- Zakładamy teraz, że rozpraszanie na partonie zachodzi tak jak na punktowej cząstce o spinie $\hbar/2$, czyli tak jak na pozbawionym struktury protonie o masie równej xM . Przekrój czynny na rozpraszanie elektronu na partonie i -tego typu wynosi więc

$$\frac{d\sigma^{\text{parton}}}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2 q_i^2 (E')^2}{Q^4} \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2x^2 M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2xM}\right),$$

gdzie przyjęliśmy, że ładunek elektryczny partonu wynosi $\pm q_i e$.

- Aby otrzymać przekrój czynny na rozpraszanie na protonie, sumujemy przekroje czynne pochodzące od partonów różnych typów o różnych x . Przekrój na rozpraszanie na protonie wynosi więc

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \sum_i \int_0^1 dx x f(x) \frac{4\alpha^2 q_i^2 (E')^2}{Q^4} \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2x^2 M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2xM}\right),$$

co daje

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2 (E')^2}{Q^4} \left[\frac{x}{\nu} \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \sum_i q_i^2 x f(x),$$

gdzie $x = \frac{Q^2}{2\nu M}$.

- Porównując uzyskany wynik z ogólną formułą na przekrój czynny na rozpraszanie głęboko nieelastyczne, czyli

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2 (E')^2}{Q^4} \left[W_2(\nu, Q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu, Q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right],$$

dostajemy

$$W_2(\nu, Q^2) = \frac{x}{\nu} \sum_i q_i^2 x f(x), \quad W_1(\nu, Q^2) = \frac{1}{2M} \sum_i q_i^2 x f(x)$$

A więc stwierdzamy, że w modelu partonowym występuje skalowanie Bjorkena z funkcją $F(x)$ równą

$$F(x) = \frac{1}{2} \sum_i q_i^2 x f(x).$$

Wykład XI cd.

Fizyka cząstek elementarnych

- Model partonowy sugerował, że proton zbudowany jest z punktowych składników, które wkrótce utożsamiono z kwarkami. Okazało się później, że poza kwarkami niosącymi ładunki elektryczne i tym samym uczestniczące w rozpraszaniu elektronu, w protonie występują składniki elektrycznie neutralne, które nazwano gluonami. Kwarki są fermionami o spinie $\hbar/2$, natomiast gluony są bozonami o spinie \hbar .
- Jeśli przyjąć, że kwarki są bezspinowe bądź mają spin jednostkowy, model nie zgadza się z danymi doświadczalnymi.
- Jak już wspomnieliśmy, model partonowy, który okazał się zgodny z wynikami doświadczeń, zakłada, że kwarki uczestniczące w procesie rozpraszania głęboko nieelastycznego zachowują się jak cząstki swobodne, tzn. słabo oddziałują z innymi kwarkami, gdy $Q^2 \rightarrow \infty$. Zrozumienia takiego zachowania - zwanego asymptotyczną swobodą - było wielkim wyzwaniem dla teoretyków, gdyż znane teorie sugerowały raczej, że oddziaływanie wzrasta, a nie maleje, gdy $Q^2 \rightarrow \infty$.
- W 1973 roku Frank Wilczek i Dawid Gross oraz niezależnie Dawid Politzer odkryli, że kwantowe teorie pola z nieableowym cechowaniem mają właśnie własność asymptotycznej swobody. Pozwoliło to wkrótce sformułować teorię oddziaływań kwarków i gluonów znaną obecnie jako chromodynamikę kwantową.
- Chromodynamika kwantowa przypomina nieco elektrodynamikę kwantową, w której elektrycznie neutralne bezmasowe fotony oddziałują z naładowanymi elektrycznie elektronami i pozytonami. W chromodynamice kwantowej odpowiednikiem ładunku elektrycznego jest ładunek kolorowy, którym obdarzone są nie tylko kwarki i antykwarki, odpowiadające elektronom i pozytonom, lecz i bezmasowe gluony, będące odpowiednikiem fotonów. Gluony więc, w odróżnieniu od fotonów, oddziałują między sobą.
- Chromodynamika kwantowa jest obecnie postrzegana jako teoria oddziaływań silnych. Opisuje ona bowiem wiele procesów, które dzięki nim zachodzą. Przypuszcza się, że na jej gruncie uda się też w pełni wyjaśnić zagadkowe zjawisko uwięzienia kwarków.