Wykład II Fizyka cząstek elementarnych

Elementy szczególnej teorii względności

- W fizyce cząstek elementarnych mamy zwykle do czynienia z obiektami poruszającymi się z prędkościami porównywalnymi z prędkością światła, co powoduje konieczność stosowania szczególnej teorii względności.

- Teoria względności postuluje, że prędkość światła jest jednakowa we wszystkich układach odniesienia i że jest ona maksymalną prędkością przekazywania wszelkich sygnałów.

- Transformacja Galileusza traci swą moc, gdy występujące prędkości stają się porównywalne z prędkością światła.

- Jeśli t jest współrzędną czasową, a $\mathbf{x}$ przestrzenną, wielkość $c^2t^2 - \mathbf{x}^2$ zwana interwałem czaso-przestrzennym jest taka sama we wszystkich układach odniesienia, co jest skutkiem postulatu niezmienności prędkości światła we wszelkich układach odniesienia.

- Liniowa transformacja współrzędnych t i $\mathbf{x}$ między układami odniesienia poruszającymi względem siebie się ze stałą prędkością, zachowująca interwał czaso-przestrzenny i przechodząca w transformację Galileusza przy małych w porównaniu z prędkością światła prędkościach nazywa się transformacją Lorentza.

- Jeśli układ *O'* porusza się względem układu *O* z prędkością u w dodatnim kierunku osi x, to transformacja współrzędnych ma postać

$$
\begin{aligned}
ct' &= \gamma(ct - \beta x), \\
x' &= \gamma(x - \beta ct), \\
y' &= y, \\
z' &= z,
\end{aligned}
\qquad \text{gdzie} \qquad
\begin{aligned}
\gamma &\equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\
\beta &\equiv \frac{u}{c}.
\end{aligned}
$$

- Ponieważ $u \le c$, więc $\gamma \ge 1$, $\beta \le 1$.

- Zgodnie z transformacją Lorentza czas może płynąć różnie w różnych układach odniesienia, a zdarzenia, które są jednoczesne w jednym układzie mogą nie być jednoczesne w innym.

Wykład II cd. Fizyka cząstek elementarnych

- Jeśli długość danego obiektu mierzymy tak, że położenie końców tego obiektu określany w tej samej chwili czasu, to długość obiektu zależy od jego prędkości u wg. wzoru $L = L_0 / \gamma$, gdzie L jest długością obiektu w układzie, w którym się porusza, a L_0 długością w układzie, w którym spoczywa, $\gamma \equiv \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$. Następuje więc tzw. skrócenie Lorentza.

- Upływ czasu zależy od prędkości układu, w którym znajduje się zegar wg. wzoru $t = \gamma t_0$, gdzie t_0 jest odcinkiem czasu w układzie, w którym zegar spoczywa, a t odcinkiem czasu w układzie, w którym się zegar porusza. Mamy tu do czynienia z dylatacją (wydłużeniem) czasu w poruszającym się układzie odniesienia.

- Jeśli punkt w układzie O porusza się z prędkością V, tak że $x = Vt$. To w układzie O' porusza się z prędkością $V' \equiv \dfrac{V-u}{1-\dfrac{Vu}{c^2}}$. Jeśli $V=c$, to $V'=c$.

- Czas i przestrzeń tworzą czasoprzestrzeń Minkowskiego.

- Współrzędne t i $\mathbf{x}$ tworzą czterowektor kontrawariantny $x^\mu = (ct, x, y, z)$, $\mu = 0,1,2,3$. Czterowektor kowariantny ma postać $x_\mu = (ct, -x, -y, -z)$.

- Iloczynem skalarnym dwóch czterowektorów $x^\mu = (ct, x, y, z)$, $x'^\mu = (ct', x', y', z')$ nazywamy wielkość $x^\mu x'_\mu = c^2 tt' - xx' - yy' - zz'$.

- Iloczyn skalarny czterowektorów jest niezmiennikiem transformacji Lorentza.

- Kwadratem czterowektora $x^\mu = (ct, x, y, z)$ nazywamy $x^\mu x_\mu = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$.

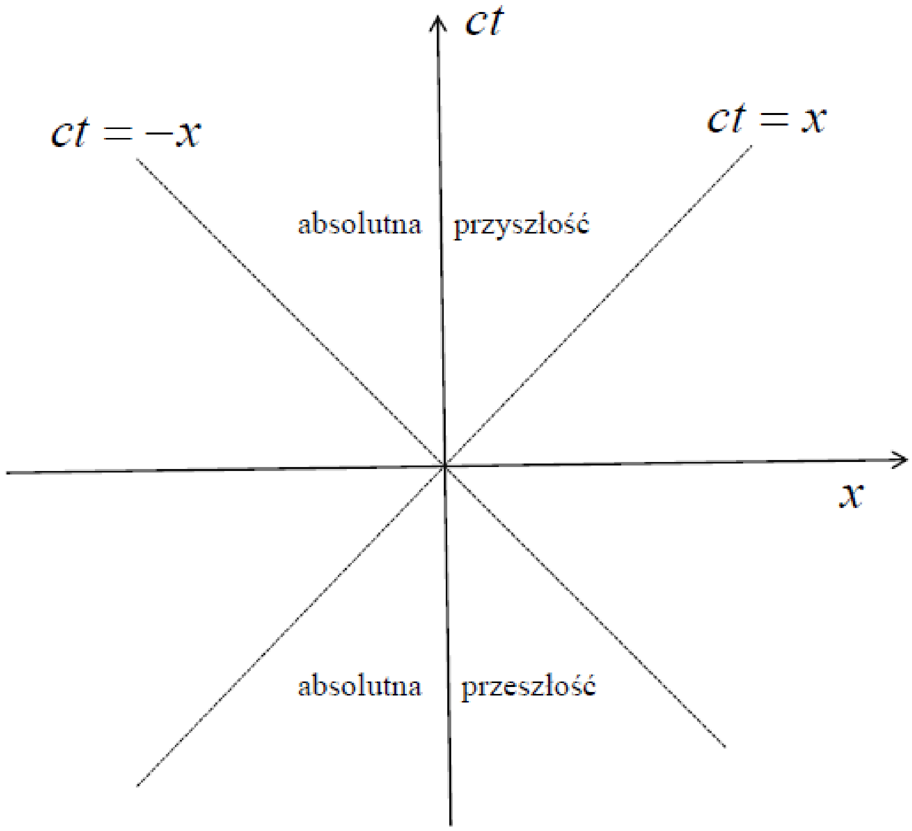
- Czterowektor $x^\mu = (ct, x, y, z)$ taki, że $x^\mu x_\mu > 0$ nazywamy czaso-podobnym, a taki, że $x^\mu x_\mu < 0$ przestrzenno-podobnym.

- Istnieje układ odniesienia, w którym dowolny czterowektor czaso-podobny ma postać $x^\mu = (ct, 0, 0, 0)$.

<u>Wykład II cd.</u> Fizyka cząstek elementarnych

- Istnieje układ odniesienia, w którym dowolny czterowektor przestrzenno-podobny ma postać $x^{\mu} = (0, x, y, z)$.

- <u>Absolutna przeszłość i przeszłość</u> punktu $t = 0, \quad x = 0$, to obszary wewnątrz stożka świetlnego, odpowiednio, poniżej i powyżej tego punktu.



- Zdarzenia z absolutnej przeszłości danego punktu mogą nań wpływać, czyli są z nim <u>związane przyczynowo</u>.

- Dany punkt może wpływać na zdarzenia ze swojej absolutnej przyszłości, czyli jest z nimi związany przyczynowo.

- Zdarzenia poza stożkiem świetlnym danego punktu nie są z nim związane przyczynowo.

<u>Wykład II cd.</u> Fizyka cząstek elementarnych

- <u>Energia</u> i <u>pęd</u> cząstki o masie m poruszającej się z prędkością u wzdłuż osi x dane są wzorami

$$E = mc^2\gamma,$$
$$p_x = m\gamma u,$$
$$p_y = 0, \qquad \text{gdzie} \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$
$$p_z = 0,$$

- Prędkość i energia cząstki relatywistycznej wyrażają się formułami

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{p}c^2}{E},$$
$$E = \sqrt{m^2c^4 + \mathbf{p}^2c^2}\ .$$

- Energia i pęd cząstki spełniają związek $E^2 - \mathbf{p}^2c^2 = m^2c^4$.

- Energia i pęd transformują się przy przejściu od jednego układu odniesienia do drugiego jak, odpowiednio, czas i położenie.

- Transformacja Lorentza energii i pędu ma postać

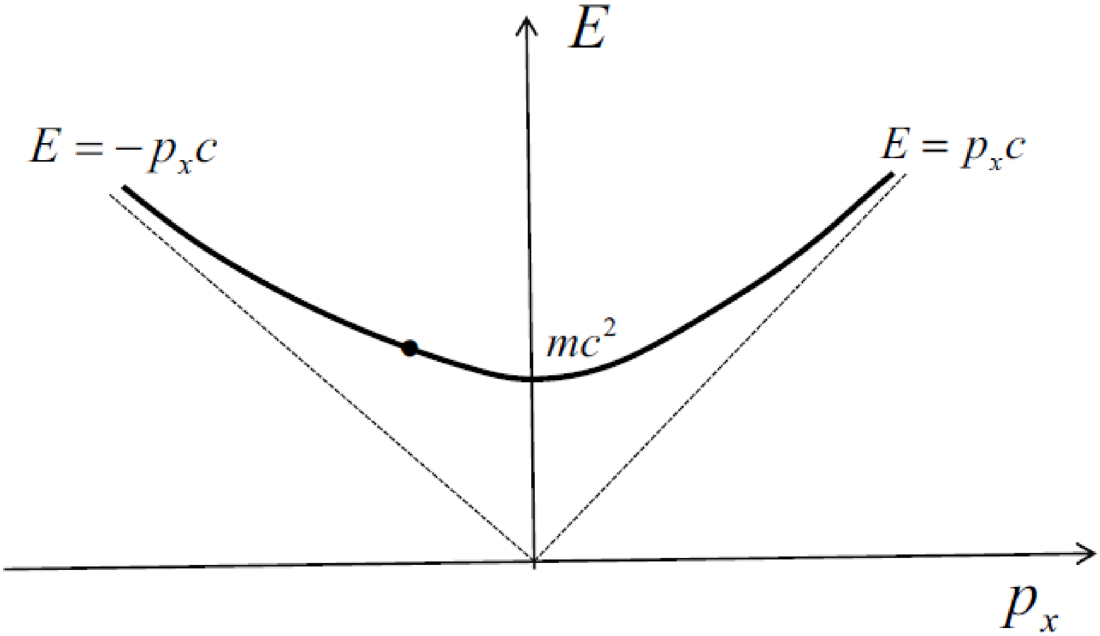
$$E' = \gamma(E - \beta p_L c),$$
$$p_L' = \gamma(p_L - \beta E/c),$$
$$p_T' = p_T,$$

  gdzie L i T oznaczają składowe pędu równoległe i prostopadłe do prędkości **u** układu *O'* względem *O*.

- Podobnie do czerowektora położenia tworzymy (kontrawariantny) czterowektor pędu $p^\mu = (E/c, p_x, p_y, p_z)$. Czterowektor kowariantny to $p_\mu = (E/c, -p_x, -p_y, -p_z)$.

Wykład II cd. **Fizyka cząstek elementarnych**

- Ponieważ zachodzi relacja $p^2 \equiv p^\mu p_\mu = E^2/c^2 - \mathbf{p}^2 = m^2$, energia i pęd tworzą powierzchnię hiperboloidy. Jeśli pęd ma tylko jedną niezerową składową, np. p_x energia E i pęd p_x leża na hiperboli o równaniu $E^2/c^2 - p_x^2 = m^2$.



- Przechodząc od jednego układu odniesienia do drugiego, następuje przesuwanie się punktu $(E, p_x c)$ wzdłuż hiperboli.

- Ponieważ iloczyn skalarny czterowektorów jest niezmiennikiem relatywistycznym tzn. nie ulega zmianie przy transformacji Lorentza, więc wielkość
$$s \equiv (p_1 + p_2)^2 = (p_1^\mu + p_2^\mu)(p_{1\mu} + p_{2\mu}) = (E_1 + E_2)^2/c^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2,$$
równa podzielonemu przez c^2 kwadratowi energii w środku masy cząstek o czteropędach p_1 i p_2, jest niezmiennikiem.