

Stanisław Mrówczyński

Instytut Problemów Jądrowych im. A. Sołtana
Warszawa

Relatywistyczne atomy elementarne

Relativistic Elementary Atoms

Abstract: The physics of relativistic elementary atoms, i.e. of Coulomb bound states of elementary particles, like positronium, pionium or an atom of $\mu^+\pi^-$, is presented. The atom lifetimes and processes, in which the atoms are produced, are discussed. The interaction of the atoms with matter is also described. A simple derivation of most results is given.

1. Wstęp

Atom elementarny to układ dwóch cząstek elementarnych obdarzonych przeciwnymi ładunkami elektrycznymi, związanych siłami Coulomba. Atom taki zbudowany z dodatniej cząstki a i ujemnej cząstki b będą oznaczal symbolem A_{ab} , natomiast atom, którego składnikami są cząstka a i antycząstka \bar{a} jako A_{2a} .

Poza atomem wodoru potwierdzono doświadczalnie istnienie jeszcze kilku elementarnych atomów, a mianowicie $A_{p\mu}$, $A_{p\pi}$, A_{pK} , A_{2p} , A_{2e} , $A_{\mu\pi}$. W artykule tym jednak opiszę tylko te z elementarnych atomów, które w eksperymentach pojawiają się jako obiekty relatywistyczne, tzn. poruszające się (jako całość) z prędkością porównywalną z prędkością światła. Wykluczam ze swoich rozważań atomy $A_{p\mu}$ czy $A_{p\pi}$, które powstają, gdy mion lub pion zatrzymuje się w wodorze i jest wychwycony przez proton. Obserwacja takich atomów nie jest trudna i poświęcona jest im obszerna literatura: atomowi $A_{p\mu}$ w związku z tzw. mionową katalizą syntezy jądrowej [1], zaś atomowi $A_{p\pi}$ ze względu na informacje o niskoenergetycznym oddziaływaniu protonu i pionu jakiej dostarczają badania spektroskopowe tego atomu [2]. Podobnie się rzecz ma z nierelatywistycznym pozytonium, które wykorzystuje się w badaniach struktury materiałów [3].

Dotychczas wykryto doświadczalnie dwa relatywistyczne atomy elementarne: atomy $A_{\pi\mu}$ [4] oraz pozytonia [5], których ruch odpowiadał ogromnemu czynnikowi Lorentza γ , rzędu 10^3 - 10^4 . W par. 3 przedstawię mechanizm produkcji tych atomów oraz doświadczenia, w których je wykryto. Lecz przedtem w par. 2 omówię czasy życia atomów elementarnych. Paragraf 4 poświęcę opisowi procesów mogących prowadzić do tworzenia się $A_{2\pi}$ oraz $A_{K\pi}$, zaś w par. 5 rozważę oddziaływanie atomów elementarnych z materią.

Celem tego artykułu jest nie tylko przedstawienie fizyki relatywistycznych atomów elementarnych, lecz również wyprowadzenie większości omawianych rezultatów. O ile było to możliwe, korzystałem z argumentów jakościowych i analizy wymiarowej, w kilku

jednak miejscach przedstawiłem bardziej szczegółowe obliczenia, które, mam nadzieję, nie są trudne do przesłedzenia.

W artykule używam układu jednostek, szeroko stosowanego w fizyce teoretycznej, zwanego naturalnym, w którym stała Plancka \hbar i prędkość światła c są równe jedności. Wówczas wszystkie wielkości mają wymiar długości albo masy w odpowiedniej potęgze. Np. energia ma wymiar masy lub, co równoważne, odwrotności długości. Jeśli energię wyraziliśmy w jednostkach masy, to aby przejść do zwykłych jednostek należy ją pomnożyć przez czynnik c^2 . Jeśli natomiast używamy odwrotności długości jako jednostki energii, wówczas zwykle jednostki otrzymujemy wykonując mnożenie przez $\hbar c$.

2. Czasy życia atomów elementarnych

Jak wspomniałem we wstępie, atomy elementarne są związane potencjałem Coulomba, więc funkcje falowe atomów odpowiadają doskonale znanym nierelatywistycznym funkcjom atomu wodoru. Są one oczywiście nieznacznie zmodyfikowane ze względu na istnienie niekulombowskiego oddziaływania między składnikami atomu. To oddziaływanie może mieć charakter elektrodynamiczny, jak np. w pozytonium, gdzie mamy oddziaływanie spinów elektronu i pozytonu oraz oddziaływanie wynikające z możliwości anihilacji pary $e^- e^+$. Może wystąpić również nieelektrodynamiczne oddziaływanie jak w pionium ($A_{2\pi}$). Wpływowi wspomnianych oddziaływań na poziomy energetyczne atomów poświęcono wiele prac teoretycznych, np. [6, 7], jednakże efekty te wydają się wychodzić daleko poza obecne możliwości doświadczalne, więc tych problemów nie będę opisywał. Chciałbym natomiast zatrzymać się na zagadnieniu czasu życia atomów, gdzie istnienie niekulombowskiego oddziaływania między składnikami może mieć zasadnicze znaczenie, prowadzące do efektów mierzalnych.

Wszystkie atomy elementarne, poza atomem wodoru, są niestabilne. Ta niestabilność może wynikać ze skończonego czasu życia składników, jak np. w przypadku $A_{\pi\mu}$ czy $A_{e\pi}$, lub też może być spowodowana oddziaływaniem między składnikami atomu, jak to dzieje się w pozytonium, gdzie składniki są stabilne, a atom nie. Ponieważ ta druga przyczyna niestabilności jest właśnie charakterystyczna dla atomów, warto ją omówić. Zaczniemy od pozytonium.

Jak wiemy, pozytonium rozpada się na fotony, lecz jak zauważył Pomeranczuk [8], rozpadem tym rządzi szczególna reguła wyboru, którą przedstawię we współczesnym sformułowaniu [9].

Oddziaływania elektrodynamiczne są niezmiennicze ze względu na transformację sprzężenia ładunkowego (oznaczaną literą C), bądź innymi słowy — oddziaływania elektrodynamiczne zachowują parzystość ładunkową. Pozytonium, jako układ cząstki i antycząstki, jest stanem własnym operatora C (przechodzi w siebie przy transformacji sprzężenia ładunkowego) z wartością własną $(-1)^{l+s}$, gdzie l jest orbitalnym momentem pędu, zaś s całkowitym spinem pary $e^+ e^-$. Foton, jako cząstka istotnie obojętna (nie niosąca żadnych ładunków), jest również stanem własnym operatora C z wartością własną -1 . Układ n fotonów jest więc stanem własnym z wartością własną $(-1)^n$. Jak wyjaśnię poniżej, anihilacja pozytonium może nastąpić tylko w fali s , tzn. przy zerowym orbitalnym mo-

mencie pędu. Tak więc zachowanie parzystości ładunkowej w procesie rozpadu pozytonium na n fotonów oznacza, że

$$(-1)^s = (-1)^n.$$

Na tej podstawie dochodzimy do wniosku, że parapozytonium ($s = 0$) może się rozpaść na parzystą liczbę fotonów, zaś ortopozytonium ($s = 1$) na nieparzystą. Z postaci odpowiednich diagramów Feynmana wynika, że prawdopodobieństwo n -fotonowego rozpadu jest proporcjonalne do stałej sprzężenia α ($\alpha \cong 1/137$) w potęgze n . Tak więc najbardziej prawdopodobny jest dwufotonowy rozpad parapozytonium i trójfotonowy ortopozytonium. Rozpad na jeden foton jest niemożliwy ze względu na zasadę zachowania pędu.

Postać wyrażenia opisującego czas życia zarówno para-, jak i ortopozytonium łatwo ustalić na podstawie prostych rozważań jakościowych oraz analizy wymiarowej. Prawdopodobieństwo anihilacji pozytonium jest proporcjonalne do prawdopodobieństwa znalezienia elektronu i pozytonu z zerową względną odległością, tzn. do $|\varphi(r=0)|^2$, gdzie φ jest funkcją falową pozytonium. Jak wiadomo, funkcja $\varphi(r)$ w obszarze małych wartości r zachowuje się jak r^l , więc anihilacja pozytonium może nastąpić tylko w stanie z zerowym orbitalnym momentem pędu. Kwadrat modułu funkcji falowej ma wymiar odwrotności objętości, więc w używanych tutaj jednostkach naturalnych, $|\varphi|^2$ ma wymiar masy w trzeciej potęgze. Ponieważ szerokość rozpadu Γ ma wymiar masy, Γ jest proporcjonalna do $|\varphi(0)|^2/m^2$, gdzie m jest masą elektronu, która jest jedynym parametrem wymiarowym pojawiającym się w problemie. Uwzględnivszy, że proces n -fotonowej anihilacji jest proporcjonalny do α^n dochodzimy do wniosku, że Γ , z dokładnością do współczynnika liczbowego, jest równa $\alpha^n |\varphi(0)|^2/m^2$. Szczegółowy rachunek, który można znaleźć w wielu podręcznikach teorii pola, np. [9], prowadzi do następujących szerokości dwufotonowego rozpadu parapozytonium i trójfotonowego ortopozytonium

$$\Gamma_{\text{para}} = 4\pi |\varphi(0)|^2 \alpha^2 / m^2 = \alpha^5 m / 2, \quad (1)$$

$$\Gamma_{\text{orto}} = \frac{16(\pi^2 - 9)}{9} |\varphi(0)|^2 \alpha^3 / m^2 = \frac{2(\pi^2 - 9)}{9\pi} \alpha^6 m, \quad (2)$$

gdzie podstawiono wartość kwadratu modułu funkcji falowej pozytonium w zerze dla stanu podstawowego. Przypomnę, że

$$|\varphi(0)|^2 = (\pi a^3 n^3)^{-1}, \quad (3)$$

gdzie n jest główną liczbą kwantową, zaś a jest promieniem Bohra równym $2/(\alpha m)$. Czasy życia odpowiadające szerokościom rozpadu (1) i (2) wynoszą $1,2 \cdot 10^{-10}$ s dla parapozytonium i $1,4 \cdot 10^{-7}$ s dla ortopozytonium [9]. Widzimy więc, że pozytonium w stanie trypletowym ($s = 1$) żyje blisko tysiąc razy dłużej niż w stanie singletowym ($s = 0$).

Sytuacja z czasem życia mionium ($A_{2\mu}$) wydaje się podobna, lecz jest tak tylko częściowo. Paramionium rozpada się na dwa fotony i szerokość rozpadu jest wyrażona równaniem (1), z tym że masa elektronu powinna być zastąpiona przez masę mionu. Ortomionium natomiast rozpada się na parę elektron-pozyton poprzez wirtualny foton w stanie pośrednim [10]. Przyjmując, że masa elektronu jest zerowa, co jest uzasadnione, gdyż jest ona

207 razy mniejsza od masy mionu, łatwo można znaleźć szerokość rozpadu mionium w stanie trypletowym [11]

$$\Gamma_{\text{orto}} = \alpha^5 m/6.$$

A więc czasy życia para- i ortomionium są bliskie i wynoszą odpowiednio $5,8 \cdot 10^{-13}$ s oraz $1,8 \cdot 10^{-12}$ s.

Pionium ($A_{2\pi}$) może oczywiście rozpaść się na dwa fotony, lecz dominujący wkład w szerokość rozpadu daje proces powodowany oddziaływaniem silnym, a mianowicie $A_{2\pi} \rightarrow \pi^0 \pi^0$. Proces ten jest możliwy, gdyż neutralne piony są lżejsze od naładowanych. Jak pokazano w pracach [11, 12] czas życia pionium wyraża się przez różnicę długości rozpraszania pionów w stanach z izospinem 2 i 0, i wynosi w przybliżeniu $3 \cdot 10^{-15}$ s [6, 7]. Niemożność precyzyjnego określenia czasu życia wynika ze słabej znajomości owych długości. Badanie oddziaływań pionów jest poważnym problemem doświadczalnym, gdyż trudno skonstruować tarczę pionową, więc obserwacja pionium i pomiar jego czasu życia mogłyby dostarczyć informacji o oddziaływaniach między pionami, niedostępnej z innych źródeł. Do tych problemów jeszcze wrócę w par. 4.

Na zakończenie tego paragrafu wspomnę jeszcze, że czas życia $A_{K\pi}$ jest określony przez rozpad $A_{K\pi} \rightarrow K^0 \pi^0$ i że oceniono go na $6 \cdot 10^{-15}$ s [7].

3. Mechanizm produkcji $A_{\pi\mu}$ oraz A_{2e}

Choć możliwość tworzenia atomów elementarnych nie wzbudza wątpliwości, znalezienie procesu, w którym tak egzotyczny atom jak $A_{\pi\mu}$ byłby produkowany z prawdopodobieństwem umożliwiającym doświadczalną obserwację, stanowiło poważny problem. W r. 1971 Nemenov zauważył [13], że w rozpadzie długożyciowego kaonu K_L na pion, mion i neutrino, pion i mion mogą znajdować się w stanie związanym, tzn. jako $A_{\pi\mu}$. (Możliwość atomowego rozpadu kaonu odnotowano niezależnie, również w pracy [14].) Oceńmy prawdopodobieństwo takiego rozpadu.

Jeśli $M(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)$ jest amplitudą rozpadu

$$K_L \rightarrow \pi + \mu + \nu, \quad (4)$$

gdzie \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 i \mathbf{p}_3 są pędami odpowiednio pionu, mionu i neutrino, to amplituda rozpadu

$$K_L \rightarrow A_{\pi\mu} + \nu \quad (5)$$

wygląda następująco:

$$M^A(\mathbf{P}, \mathbf{p}_3) = \int \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{P} - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) M(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) \tilde{\varphi}(\mathbf{p}), \quad (6)$$

gdzie \mathbf{P} jest całkowitym pędem atomu, \mathbf{p} zaś pędem składników atomu w układzie środka masy ($\mathbf{p} = m_1 \mathbf{p}_2 / M - m_2 \mathbf{p}_1 / M$), m_1 , m_2 i M są odpowiednio masami μ , π i atomu $A_{\pi\mu}$, a $\tilde{\varphi}$ jest funkcją falową atomu w przestrzeni pędowej. Założywszy, że amplituda rozpadu M słabo zależy od \mathbf{p} w porównaniu z funkcją falową atomu, która jest niezerowa tylko dla pędu rzędu odwrotności promienia Bohra atomu, amplitudę M wziętą w punkcie $\mathbf{p} = 0$

możemy wynieść przed całkę w równaniu (6). Wówczas otrzymujemy

$$M^A(P, p_3) = \varphi(r=0)M(p_1, p_2, p_3), \quad (7)$$

gdzie $p_1 = m_2 P/M$ i $p_2 = m_1 P/M$.

Dalej, bez kłopotu można znaleźć szerokość Γ^A na rozpad (4) podnosząc do kwadratu amplitudę (7) i wykonując całkowanie po objętości przestrzeni fazowej, co w wypadku dwucząstkowego stanu końcowego jest całkiem proste. Jeśli założyć, że w obszarze pędów dopuszczalnych ze względu na prawo zachowania czteropędu, amplituda M słabo zależy od tych pędów, to uzyskujemy prosty wzór na stosunek szerokości rozpadów (5) i (4)

$$\frac{\Gamma^A}{\Gamma} = \frac{\alpha^3 m_R^3 \text{Lips}^{(2)}(M; m_1 + m_2, m=0)}{\pi n^3 \text{Lips}^{(3)}(M; m_1, m_2, m=0)}, \quad (8)$$

gdzie m_R jest masą zredukowaną atomu, n główną liczbą kwantową opisującą stan atomu, zaś $\text{Lips}^{(n)}(M; m_1, m_2, \dots, m_n)$ (od ang. *Lorentz invariant phase space*) jest objętością przestrzeni fazowej niezmienniczą ze względu na transformację Lorentza, zdefiniowaną wzorem

$$\text{Lips}^{(n)}(M; m_1, m_2, \dots, m_n) = \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \dots \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P - p_1 - \dots - p_n),$$

gdzie E oznacza energię cząstki, zaś P jest takim czteropędem, że $P^\mu P_\mu = M^2$. Aby otrzymać wzór (8), należało skorzystać z równania (3) i uwzględnić, że $a = (\alpha m_R)^{-1}$.

Widzimy, że stosunek Γ^A/Γ jest bardzo mały, gdyż $\alpha^3 \cong 4 \cdot 10^{-6}$. (Dokładny rachunek daje $\Gamma^A/\Gamma \cong 4 \cdot 10^{-7}$ [13, 15]). Ponieważ

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-3} \cong 1.202,$$

ponad 80% atomów z rozpadu (5) rodzi się w stanie podstawowym, tzn. z $n = 1$.

Procesy rozpadu neutralnego pionu

$$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$$

oraz

$$\pi^0 \rightarrow A_{2e} + \gamma \quad (9)$$

można rozważyć w analogii do rozpadów (4) i (5). Okazuje się, że Γ^A/Γ w tym wypadku wynosi $1,4 \cdot 10^{-7}$ [16].

Pisząc o rozpadach takich jak (4) czy (9), warto wspomnieć, że dobrze znany rozpad β , tzn. $n \rightarrow p + e + \nu$ może prowadzić do powstania atomu wodoru, co zauważono całkiem niedawno [17].

Pomimo niewielkiej wartości Γ^A , atom $A_{\pi\mu}$ udało się zaobserwować [4]. Eksperyment wyglądał następująco. Pewna liczba długożyciowych kaonów K_L wyprodukowanych w wysokoenergetycznych zderzeniach protonów z jądrami trafiała do rury — próżniowego jonowodu, o tak dużej długości, aby wszystkie kaony lecąc w nim zdążyły się rozpaść. Wokół jonowodu umieszczono kilka magnesów, których zadaniem było usunięcie z rury cząstek naładowanych pochodzących z rozpadu (4). Atomy, jako elektrycznie

neutralne, mogły bez przeszkód podróżować do końca jonowodu, gdzie umieszczono folię metalową. Tutaj następowała dysocjacja (rozbicie) atomów $A_{\mu\pi}$ na skutek oddziaływania z atomami folii. Dalej znajdował się magnes odchylający w przeciwne strony miony i piony oraz aparatura umożliwiająca detekcję tych cząstek. W rezultacie bardzo żmudnych pomiarów udało się zarejestrować atomy $A_{\mu\pi}$ [4, 15] i wyznaczyć szerokość rozpadu Γ^A , która zgodnie z oczekiwaniami dobrze zgadza się z obliczoną teoretycznie. Miarą jakości eksperymentu jest to, że znaleziona szerokość Γ^A jest jedną z najmniejszych zmierzonych szerokości rozpadu cząstek elementarnych.

Doświadczenie, w którym zaobserwowano pozytonia z rozpadu (9) [5], było podobne do opisanego powyżej, z tym że dysocjacja pozytoniów następowała w polu magnetycznym, nie zaś przez oddziaływanie z atomami folii. Pozytonia, dzięki niewielkiej w porównaniu z pionem masie, poruszały się z fantastycznie wielkim czynnikiem Lorentza 10^3 - 10^4 , więc pole będące magnetycznym w układzie laboratoryjnym było, w układzie, w którym pozytonia spoczywały, potężnym polem elektrycznym zdolnym je jonizować.

Poza opisanym powyżej mechanizmem produkcji relatywistycznych pozytoniów rozważano inne czysto elektrodynamiczne procesy. A więc rozważano fotoprodukcję na ciężkich jądrach [18, 19] i generację atomów A_{2e} na skutek oddziaływania elektronów o dużym ładunku [18, 20]. Jednak znajdowane przekroje czynne są tak małe, że doświadczalne badanie tych procesów wydaje się bardzo trudne. Przy okazji pozytoniów rozpatrywano zwykle możliwość produkcji mionów, lecz tutaj przekroje są jeszcze mniejsze.

4. Mechanizm produkcji $A_{2\pi}$ oraz $A_{K\pi}$

Jak wiadomo, w zderzeniach hadronów o wysokich energiach następuje obfita produkcja pionów. Tak np. przy oddziaływaniu protonu o pędzie 200 GeV z jądrem Au średnia krotność generowanych pionów ujemnych wynosi w przybliżeniu 5,7 [21]. Nemenow zasugerował [22], by atomów $A_{2\pi}$ i $A_{K\pi}$ szukać właśnie wśród produktów takich zderzeń. Na ile atomów możemy liczyć?

Wyrażając amplitudę procesu produkcji atomu podobnie jak w równaniu (6) oraz korzystając z przybliżenia zastosowanego we wzorze (7) otrzymujemy [22, 23] inkluzywny przekrój czynny na produkcję atomu z pędem p

$$\frac{d\sigma^A}{dp} = (2\pi)^3 (E/M) |\varphi(0)|^2 \frac{d\sigma}{d(p/2)d(p/2)}, \quad (10)$$

gdzie M jest masą atomu, a $E = (M^2 + p^2)^{1/2}$ jego energią; σ jest przekrojem inkluzywnym na produkcję pary $\pi^- \pi^+$. Przypomnę, że inkluzywny przekrój czynny na produkcję cząstki a , to przekrój na produkcję cząstki a i czeokolwiek. Czynniki E/M , który pojawił się w równaniu (10), uwzględnia efekty związane z relatywistycznym ruchem atomu. Zaając przybliżoną doświadczalną wartość przekroju σ występującego we wzorze (10), Nemenow stwierdził [22], że wielkość przekroju σ^A umożliwia obserwację pionium. Odpowiedni eksperyment jest właśnie w toku [24].

Być może jest również możliwa rejestracja atomu $A_{K\pi}$. Przekrój czynny na produkcję

pary kaonu i pionu jest kilkakrotnie mniejszy niż przekrój na produkcję pary pionów, lecz $|\varphi(0)|^2$ jest 3.5 razy większy dla $A_{K\pi}$ niż dla pionium.

Jak wspomniałem w par. 2, czas życia pionium jest rzędu zaledwie $3 \cdot 10^{-15}$ s, co oznacza, że pionium z pędem kilku GeV może przebyć do momentu anihilacji drogę kilku μm . Ponieważ jednak średnia droga swobodna na rozbitcie pionium jest dla metalu zbudowanego z ciężkich atomów tego samego rzędu, część atomów zdysocjuje już w tarczy, w której zostały wyprodukowane. Jak wyjaśnię w par. 5, piony pochodzące z rozbitego pionium mają pęd względny rzędu odwrotności promienia Bohra, tzn. 0,5 MeV, więc zadaniem eksperymentu poszukującego pionów jest rejestracja par $\pi^+ \pi^-$ z takim względnym pędem. Czas życia $A_{2\pi}$ będzie można wyznaczyć badając liczbę skorelowanych par pionów w zależności od grubości tarczy. Jeśli tarcza jest cienka, to prawdopodobieństwo rozbitcia pionium jest niewielkie i pionia anihilują po wyjściu z tarczy. Jeśli tarcza jest dostatecznie gruba, większość atomów ulegnie dysocjacji.

Jeśli pionium poszukiwać wśród produktów oddziaływania wysokoenergetycznych protonów z jądrami, jak opisałem powyżej, to przekrój czynny na produkcję $A_{2\pi}$ jest dość duży, lecz jeszcze większy (co najmniej sześć rzędów wielkości) jest przekrój na produkcję par $\pi^- \pi^+$. Więc pionium należy „wyłowić z morza” pionów, co oczywiście stanowi poważny problem doświadczalny.

W związku z tym zasugerowano [25], aby podjąć próbę obserwacji pionium w reakcji



przy energiach protonu kilkaset MeV, przy których próg na produkcję pary pionów jest tylko nieznacznie przekroczony. Wówczas przekrój czynny na produkcję atomów $A_{2\pi}$ (opisany w przybliżeniu wzorem (10)) jest niewielki, lecz liczba produktów zderzeń protonów również jest nieduża. Występowanie reakcji (11) można by stwierdzić badając zderzenia z dwoma lub z czterema fotonami w stanie końcowym. Dwa fotony pochodziłyby z rozpadu $A_{2\pi} \rightarrow 2\gamma$, cztery zaś z ciągu reakcji $A_{2\pi} \rightarrow 2\pi^0 \rightarrow 4\gamma$. Jak pamiętamy neutralny pion z największym prawdopodobieństwem rozpada się na dwa fotony.

5. Oddziaływanie atomów elementarnych z materią

Jak to się wyjaśni w końcu paragrafu, celowe jest oddzielne rozpatrzenie oddziaływania relatywistycznych atomów elementarnych z pojedynczym atomem ośrodka, będącym zwykłym stabilnym atomem oraz z makroskopowym zbiorowiskiem tych atomów. Zaczniemy od tego pierwszego zagadnienia.

5.1. Oddziaływanie z pojedynczym atomem ośrodka

Choć interesują nas atomy relatywistyczne, przedstawimy proste rozważania nierelatywistyczne [26], których rezultaty bez kłopotu można uogólnić na przypadek prędkości porównywalnych z prędkością światła.

Oddziaływanie atomu elementarnego z atomem ośrodka traktujemy jako oddziaływanie tego pierwszego z zewnętrznym polem, będącym ekranowanym potencjałem Cou-

lomba. Amplituda przejścia atomu elementarnego ze stanu początkowego i do stanu końcowego f w wyniku oddziaływania z potencjałem $U(\mathbf{r})$, w przybliżeniu Borna wygląda następująco [26]:

$$M_{if} = -ie2\pi\delta(E_i - E_f) \int d^3r_1 d^3r_2 \varphi_f^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)[U(\mathbf{r}_1) - U(\mathbf{r}_2)]\varphi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \quad (12)$$

gdzie \mathbf{r}_1 i \mathbf{r}_2 są wektorami położeń składników atomu elementarnego, zaś φ_i i φ_f dwucząstkowymi funkcjami falowymi atomu w stanie początkowym i końcowym o energii odpowiednio E_i i E_f . Dwa składniki amplitudy (12) odpowiadają oddziaływaniu dodatniej i ujemnej cząstki atomu. Wprowadzając współrzędne środka masy atomu i względnego położenia składników atomu oraz stosując falę płaską do opisu ruchu środka masy, otrzymujemy po prostych przekształceniach następujące wyrażenie [26]:

$$M_{if} = -ie2\pi\delta(E_i - E_f) \tilde{U}(\mathbf{q}) \{F_{if}(\eta\mathbf{q}) - F_{if}(\xi\mathbf{q})\}, \quad (13)$$

gdzie \mathbf{q} jest przekazem pędu do atomu, tzn. różnicą pędu końcowego i początkowego atomu, $\tilde{U}(\mathbf{q})$ jest transformatą Fouriera potencjału $U(\mathbf{r})$, a $F_{if}(\mathbf{q})$ jest atomowym czynnikiem kształtu zdefiniowanym wzorem

$$F_{if}(\mathbf{q}) = \int d^3r e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \varphi_f^*(\mathbf{r})\varphi_i(\mathbf{r}); \quad (14)$$

parametry ξ i η są równe odpowiednio m_1/M i $-m_2/M$, gdzie m_1 i m_2 są masami składników atomów, natomiast M jest masą atomu. Ponieważ niedobór masy składników jest w atomie niewielki przyjmujemy, że $m_1 + m_2 = M$, więc $\xi - \eta = 1$.

Z amplitudy (13) otrzymujemy różniczkowy przekrój czynny na oddziaływanie atomu elementarnego, na skutek którego następuje przejście ze stanu określonego liczbami kwantowymi (n, l, m) do stanu (n', l', m') [26]

$$d\sigma_{nlm}^{n'l'm'} = \frac{e^2}{2\pi v^2} |\tilde{U}(\mathbf{q})|^2 |F_{nlm}^{n'l'm'}(\eta\mathbf{q}) - F_{nlm}^{n'l'm'}(\xi\mathbf{q})|^2 q dq, \quad (15)$$

gdzie v jest prędkością atomu elementarnego w układzie spoczynkowym tarczy, a $q \equiv |\mathbf{q}|$.

Aby przekrój czynny (14) stał się przekrojem fizycznym należy wykonać uśrednienie po liczbie kwantowej m oraz sumowanie po m' . Wówczas otrzymany przekrój będzie niezależny od wyboru osi kwantowania orbitalnego momentu pędu. Jeśli jednak wybrać oś kwantowania zgodnie z wektorem przekazu pędu \mathbf{q} , to wspomniana procedura uśredniania i sumowania jest trywialna, gdyż $d\sigma_{nlm}^{n'l'm'} = 0$ dla $m \neq m'$, co wynika z analogicznej własności czynnika kształtu $F_{nlm}^{n'l'm'}(\mathbf{q})$.

Ponieważ funkcje falowe atomu są niezerowe tylko dla odległości nie przekraczających istotnie promienia Bohra, więc czynnik kształtu i w konsekwencji przekrój czynny znikają dla przekazów pędu dużo większych od odwrotności promienia Bohra.

Jeśli atom elementarny tworzą cząstka i antycząstka ($\xi = -\eta = 1/2$), to, jak łatwo sprawdzić, $d\sigma_{nlm}^{n'l'm'} = 0$ dla $(-1)^{l-l'} = 1$. Ta reguła wyboru, która wynikła tutaj z własności symetrii kulombowskich funkcji falowych przy inwersji przestrzennej, ma w rzeczywistości głębszą przyczynę [26]. Jak już wspominałem, układ cząstki i antycząstki jest stanem własnym operatora sprzężenia ładunkowego z wartością własną $(-1)^{l+l'}$. Ponieważ oddziaływanie w przybliżeniu Borna odpowiada wymianie jednego fotonu, zachowanie parzystości

ładunkowej w oddziaływaniach elektromagnetycznych wymaga by w wyniku oddziaływania parzystość ładunkowa atomu zbudowanego z cząstki i antycząstki ulegała zmianie. W szczególności, dochodzimy do nieco zaskakującego wniosku, że takie atomy elementarne jak pozytonium czy pionium nie oddziałują (w przybliżeniu Borna) elastycznie. Jeśli przyjąć, że spin składników atomu nie ulega zmianie przy oddziaływaniu, bądź jak w nierelatywistycznym podejściu całkowicie zaniedbywać rolę spinu, wówczas otrzymujemy prostą regułę wyboru wspomnianą powyżej.

Jak wiadomo [29],

$$\sum_f |F_{if}(\mathbf{q})|^2 = 1,$$

gdzie sumowanie wykonujemy po zbiorze zupełnym stanów końcowych. W analogiczny sposób można wykazać [26], że

$$\sum_f |F_{if}(\xi\mathbf{q}) - F_{if}(\eta\mathbf{q})|^2 = 2 - 2F_{ii}(\mathbf{q}),$$

dzięki czemu możemy otrzymać ze wzoru (15) całkowity przekrój czynny, tzn. przekrój czynny wysumowany po zbiorze zupełnym stanów końcowych,

$$\sigma_{ntm} = \frac{e^2}{\pi^2 \mathbf{v}} \int_0^\infty dq q |\tilde{U}(q)|^2 (1 - F_{ntm}^{nlm}(q)). \quad (16)$$

Wartości przekrojów czynnych dla kilku elementarnych atomów można znaleźć w pracy [26].

Przekroje czynne (15) i (16) zostały otrzymane w przybliżeniu nierelatywistycznym. W celu relatywistycznego uogólnienia tych wzorów należy zmienić kinematykę, włączyć efekty związane z istnieniem spinu oraz użyć wyrażenia opisującego oddziaływanie czteropędu z czteropotencjałem tzn. $j_\mu A^\mu = j^0 A^0 - \mathbf{j} \cdot \mathbf{A}$. Przy obliczaniu przekrojów (15), (16) uwzględniono tylko oddziaływanie $j^0 A^0$ identyfikując A^0 z U . Szczegółową analizę oddziaływania relatywistycznych atomów elementarnych oraz wartości odpowiednich przekrojów czynnych można znaleźć w pracach [28, 30]. Tutaj ograniczę się do stwierdzenia, że wzory (15, 16) są w przybliżeniu poprawne w całym zakresie prędkości atomów, gdyż efekty relatywistyczne wnoszą poprawki rzędu α^4 .

5.2. Oddziaływanie z ośrodkiem

Zdawałoby się, iż znajomość całkowitego przekroju czynnego na oddziaływanie atomu elementarnego z pojedynczym atomem wystarcza do określenia prawdopodobieństwa $P(l)$, że atom po przebyciu tarczy o grubości l pozostanie w stanie podstawowym. Jeśli charakterystyczny czas (τ) ruchu wewnętrznego atomu elementarnego jest dużo mniejszy niż interwał czasu (t) pomiędzy następującymi po sobie zderzeniami, to po każdym zderzeniu stan atomu elementarnego ustala się i po prostych rozważaniach dochodzimy do znanego wzoru

$$P(l) = \exp(-\rho\sigma l), \quad (17)$$

gdzie ρ jest gęstością atomów w tarczy, a σ całkowitym przekrojem czynnym.

Jak wspomniałem, stosowalność formuły (17) wymaga, aby $t \gg \tau$. Sprawdźmy czy ten warunek zachodzi dla pozytoniów poruszających się z czynnikiem Lorentza γ dużo większym od jedności. Wówczas czas τ , który jest w przybliżeniu równy odwrotności energii wiązania pozytonium, w układzie spoczynkowym tarczy jest rzędu $4\gamma/(m\alpha^2) \cong \gamma \cdot 3 \cdot 10^{-6}$ cm (W naturalnym układzie jednostek czas i długość mierzymy w tych samych jednostkach.) Ponieważ odległości między atomami w ciałach stałych są rzędu 10^{-8} cm, zamiast $t \gg \tau$ mamy $\tau \gg t$, co pokazuje zupełną niestosowalność wzoru (17).

Zauważmy, że dostatecznie szybkie pozytonium ($\gamma \gg 1$) może w ciągu czasu τ przelecieć przez próbkę grubości rzędu 10^{-2} cm, i jak zauważył Nemenov [31], prawdopodobieństwo nieoddziaływania winno być wówczas dużo większe niż to wynika ze wzoru (17).

Prześledźmy ten problem wzorując się na pracy [32]. W stanie początkowym pozytonium z pędem P opisuje funkcja falowa

$$\psi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = e^{iPR} \varphi(\mathbf{r}),$$

gdzie $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, a φ jest funkcją falową stanu podstawowego. W rezultacie niezależnego oddziaływania z tarczą elektron otrzymał pęd \mathbf{q}_1 , pozyton zaś \mathbf{q}_2 . Ponieważ oddziaływanie nastąpiło tak szybko, że wzajemne położenie nie uległo zmianie podczas przelotu przez tarczę, więc funkcja falowa pozytonium po przebyciu tarczy równa jest

$$\psi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = e^{i(\mathbf{q}_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{q}_2 \mathbf{r}_2)} \psi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2).$$

Znając funkcję falową stanu końcowego znajdujemy prawdopodobieństwo, że przy ustalonych wartościach przekazu pędu \mathbf{q}_1 i \mathbf{q}_2 , pozytonium pozostanie w stanie podstawowym

$$P(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \left| \int d^3 r_1 d^3 r_2 \psi_f^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \psi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \right|^2 \quad (18)$$

gdzie ψ_0 jest funkcją falową pozytonium będącego w stanie podstawowym i mającego dowolny pęd \mathbf{p}' .

Teraz $P(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ należy uśrednić po przekazach pędu. Załóżmy, że elektron i pozyton doświadczają wielu zderzeń, co znaczy, że tarcza jest dostatecznie gruba. Wówczas przekazywanie pędu elektronowi ma charakter procesu błędzenia przypadkowego i rozkład przekazu pędu jest gaussowski, tzn.

$$W(\mathbf{q}) = \frac{1}{\pi \langle q^2 \rangle} \exp\left(-\frac{q^2}{\langle q^2 \rangle}\right), \quad (19)$$

gdzie $\langle q^2 \rangle$ jest średnim kwadratem przekazu pędu, który w k zderzeniach jest proporcjonalny do średniego kwadratu przekazu pędu w jednym zderzeniu razy k , tzn. $\langle q_k^2 \rangle = \langle q_1^2 \rangle k$, gdzie $\langle q_1^2 \rangle$ jest rzędu a^{-2} . We wzorze (19) uwzględniono, że przekaz pędu do szybkiego elektronu (czy pozytonu) jest z dużą dokładnością prostopadły do jego trajektorii. Wynika to z zachowania energii i pędu oraz małości przekazu pędu w porównaniu z pędem początkowym elektronu. Tak więc rozkład (19) jest dwuwymiarowy. Ponieważ średni kwadrat przekazu pędu zależy od liczby zderzeń, a ta jest proporcjonalna do grubości tarczy, prawdopodobieństwo (18) uśrednione z rozkładami (19) zależy od grubości tarczy. Jeśli założymy, że liczba zderzeń k jest tak duża, aby $\langle q_k^2 \rangle \gg a^{-2}$ (tarcza dosta-

tecznie gruba), dochodzimy do wniosku, że $P(I)$ jest proporcjonalne do $\langle q^2 \rangle^{-1}$, czyli $P(I)$ zanika przy dużych I jak I^{-1} , nie zaś wykładniczo, jak głosi wzór (17). Szczegółowa analiza opisanego problemu, który można określić jako koherentne oddziaływanie relatywistycznego pozytonium z ośrodkiem, znajduje się w pracach [32, 33].

Fizyczną przyczynę powolnego znikania prawdopodobieństwa $P(I)$ łatwo zrozumieć. Ponieważ stan pozytonium pomiędzy zderzeniami nie ma czasu ustalić się, więc efekt następujących po sobie zderzeń może się niwelować. Ta obserwacja sugeruje ideę doświadczenia, w którym można by wykryć odchylenie od rozkładu (17) nie mierząc prawdopodobieństwa $P(I)$ dla wielu grubości tarczy. Jeśli założenia prowadzące do wzoru (17) są spełnione, to prawdopodobieństwo pozostania w stanie podstawowym przy przejściu przez dwie tarcze nie zależy od odległości między tarczami, lecz tylko od łącznej grubości obu tarcz. W przypadku oddziaływania koherentnego natomiast, prawdopodobieństwo przejścia bez wzbudzenia przez dwie tarcze, które są rozsunięte na makroskopową odległość, jest mniejsze niż owo prawdopodobieństwo przy przejściu przez jedną tarczę o grubości równej sumie grubości obu tarcz. Eksperyment badający oddziaływanie relatywistycznych pozytoniów z ośrodkiem jest obecnie prowadzony [24].

6. Zakończenie

Problematyka przedstawiona w artykule nie stanowi całości fizyki relatywistycznych atomów elementarnych. Wybór omawianych zagadnień był głównie podyktowany możliwościami doświadczalnymi, tzn. starałem się omówić te rezultaty teoretyczne, których weryfikacja eksperymentalna wydaje się możliwa w niedalekiej przyszłości. Gust autora i jego zaangażowanie w badanie konkretnych problemów wpływają zwykle na dobór materiału do popularyzatorskiego artykułu. Tak oczywiście stało się i tutaj. Mam jednak nadzieję, że nie spowodowało to istotnego zniekształcenia obrazu fizyki relatywistycznych atomów elementarnych, która nie doczekała się jeszcze artykułu przeglądowego.

Literatura

- [1] L. I. Ponomarev, *Atomkernenerg. Kerntech.* **43**, 175 (1983).
- [2] V. V. Balashov, G. Ya. Korenman, R. A. Eramzhyan, *Pogloshchenie Mezonov Atomnymi Yadrami*, Atomizdat, Moskva 1978.
- [3] A. Dupasquier, A. Zecca, *Riv. Nuovo Cimento* **8** (1985).
- [4] R. Coombes i in., *Phys. Rev. Lett.* **37**, 249 (1976).
- [5] G. D. Alekseev i in., *Yad. Fiz.* **40**, 139 (1984).
- [6] G. V. Efimov, M. A. Ivanov, V. E. Lubickii, *Yad. Fiz.* **44**, 460 (1986).
- [7] A. A. Belkov, V. N. Pervushin, F. G. Tkebuchava, *Yad. Fiz.* **44**, 466 (1986).
- [8] I. Ya. Pomeranchuk, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **60**, 218 (1947).
- [9] W. B. Bierestecki, E. M. Lifszyc, L. P. Pitajewski, *Relatywistyczna Teoria Kwantów, część I*, PWN, Warszawa 1972.
- [10] Ya. B. Zeldovich, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **36**, 646 (1959).
- [11] S. M. Bilenkii, Nguyen Van Hieu, L. L. Nemenov, G. F. Tkebuchava, *Yad. Fiz.* **10**, 812 (1969).
- [12] J. L. Uretsky, T. R. Palfrey, *Phys. Rev.* **121**, 1798 (1961).

- [13] L. L. Nemenov, *Yad. Fiz.* **16**, 125 (1972).
- [14] H. Pilkuhn, S. Wycech, *Phys. Lett.* **B76**, 29 (1978).
- [15] S. H. Aronsen i in., *Phys. Rev.* **D33**, 3180 (1986).
- [16] L. L. Nemenov, *Yad. Fiz.* **15**, 1047 (1972).
- [17] L. L. Nemenov, *Yad. Fiz.* **31**, 221 (1980).
- [18] G. V. Meledin, V. G. Serbo, A. K. Slivkov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **13**, 98 (1971).
- [19] H. A. Olsen, *Phys. Rev.* **D33**, 2033 (1986); V. L. Lyuboshitz, *Yad. Fiz.* **45**, 1099 (1987).
- [20] A. A. Ahundov, D. Yu. Bardin, L. L. Nemenov, *Yad. Fiz.* **27**, 1542 (1978); E. Holvik, H. A. Olsen, *Phys. Rev.* **D35**, 2124 (1987).
- [21] D. H. Brick i in., *Nucl. Phys.* **B201**, 189 (1982).
- [22] L. L. Nemenov, *Yad. Fiz.* **980** (1985).
- [23] St. Mrówczyński, *J. Phys.* **G13**, 1089 (1987).
- [24] L. L. Nemenov, informacja prywatna.
- [25] J. Stepaniak, S. Wycech, nie opublikowany projekt eksperymentu.
- [26] St. Mrówczyński, *Phys. Rev.* **A33**, 1549 (1986).
- [27] A. S. Pak, A. V. Tarasov, JINR preprint E2-85-882, Dubna 1985; JINR preprint P2-85-903, Dubna 1985.
- [28] L. S. Dulian, Ar. Kotzinian, *Yad. Fiz.* **37**, 137 (1983); St. Mrówczyński, *Phys. Rev.* **D36**, 1520 (1987).
- [29] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Mechanika kwantowa*, PWN, Warszawa 1978.
- [30] K. G. Denisenko, St. Mrówczyński, *Phys. Rev.* **D36**, 1529 (1987).
- [31] L. L. Nemenov, *Yad. Fiz.* **34**, 1306 (1981).
- [32] V. L. Lyuboshitz, M. I. Podgoretsky, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **81**, 1556 (1981).
- [33] A. S. Pak, A. V. Tarasov, *Yad. Fiz.* **45**, 145 (1987).