

Termin (nieprzekraczalny!): 10.04.07

Matematyka Dyskretna, informatyka, 2006/2007, W. Broniowski

Jeśli zadanie nie było rozwiązane samodzielnie, proszę o podanie źródła lub osoby, z która zadanie było rozwiązywane.

Zestaw 2 z odpowiedziami: Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa

1. Wyprowadź analog wzoru Stirlinga dla $n!!$.
2. Ile jest sposobów rozmieszczenia n nierozróżnialnych obiektów w k rozróżnialnych pudłach, przy czym pudła mogą pozostać puste?
3. Na ile sposobów można wybrać k obiektów z n rozróżnialnych obiektów, jeśli wybór możemy powtarzać? Jest to tzw. kombinacja z powtórzeniami, \bar{C}_k^n .
4. Z pomocą funkcji tworzącej pokaż, że dla $n > 1$

$$\sum_{k=0}^n k(-1)^k \binom{n}{k} = 0.$$

Sprawdź wynik dla kilku pierwszych wartości n w oparciu o trójkąt Pascala.

5. Wyprowadź wzory na

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}, \text{ oraz } \sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}.$$

6. (kontynuacja problemu rozwiązanego na wykładzie) Pokaż, że dla problemu szalików $\bar{k} = \sum_{k=0}^n k P_k^n = 1$. Wynik ten oznacza, że średnia liczba kibiców, którzy odzyskali swój szalik wynosi 1.
7. A oto problem Augusta Combaud, kawalera de Méré. Rzucamy dwiema kośćmi 24 razy pod rząd. Jakie jest prawdopodobieństwo, że choć raz wypadną dwie szóstki $\{6\} \{6\}$?
8. Jakie są prawdopodobieństwa wylosowania układów z pokera: para, dwie pary, strit, trójka, full, kolor, kareta, poker? Załóż, że talia jest a) od dziewiątek, b) siódemek, c) dwójek. Wybierz do rozwiązania kilka przypadków.
9. Trzej równej klasy szachiści A , B i C grają w szachy wg. zasady, że gracz wygrywający dwie partie z rzędu wygrywa turniej, a gracz przegrywający partię w następnej pauzuje. Zaczynają A z B . Jakie jest prawdopodobieństwo wygrania turnieju przez poszczególnych graczy? Rozważ wariant nieskończonej liczby partii oraz liczby partii n .
10. (wariant problemu rozwiązanego na wykładzie) Rozwiąż zmodyfikowany problem sadowienia na przyjęciu, gdzie żadamy, aby współmałżonkowie nie siedzieli koło siebie, ale kobiety i mężczyźni *nie muszą* siedzieć na przemian.