

## Lista tematów na część teoretyczną egzaminu po pierwszym semestrze dla osób na wpisie warunkowym

UWAGA: W odpowiedzi należy podać stosowne **definicje i przykłady** oraz wykazać się zrozumieniem tematu.

W punktach oznaczonych (D) należy podać **dowody/wyprowadzenia** - na ocenę bardzo dobrą.

### Logika, teoria mnogości, zbiory liczbowe

1. Rachunek zdań: zdania logiczne, funktory zdaniotwórcze, matryca logiczne, tautologia, prawa rachunku zdań, warunek konieczny i dostateczny, zdanie odwrotne i przeciwstawne.
2. (D) Udowodnić prawa de Morgana z pomocą matrycy logicznej.
3. Funkcje zdaniowe, kwantyfikatory, prawa de Morgana dla rachunku kwantyfikatorów.
4. Metody dowodzenia twierdzeń: wprost, dowód tw. przeciwstawnego, dowód przez sprzeczność. Dowodzenie równoważności.
5. (D) Udowodnić, że  $\sqrt{3}$  jest liczbą niewymierną.
6. Zasada indukcji matematycznej.
7. Nierówność Bernoulliego.
8. Symbol Newtona, dwumian Newtona, trójkąt Pascala.

### Funkcje, przestrzenie metryczne

1. Funkcja, dziedzina, przeciwdziedzina, surjekcja, injekcja, bijekcja, parzystość, nieparzystość.
2. Funkcja odwrotna. Funkcje cyklometryczne. Gałąź funkcji odwrotnej.
3. Metryka, metryka euklidesowa, miejska, dyskretna. Przestrzeń metryczna. Kula otwarta i domknięta.
4. (D) Nierówność Schwarz.

### Ciągi i szeregi

1. Ciąg liczbowy, zbieżność, granica ciągu.
2. Tw. o granicach ciągu (sumy itd.). Tw. o zachowaniu relacji  $\leq$  w granicy.
3. Ciąg monotoniczny. Tw. o ciągu monotonicznym i ograniczonym.

4. Tw. o trzech ciągach.
5. Definicja ciągowa liczby  $e$ .
6. Suma częściowa ciągu, szereg. Warunek konieczny zbieżności szeregu, zbieżność bezwzględna i warunkowa.
7. Szeregi: geometryczny, harmoniczny, anharmoniczny.
8. Kryterium porównawcze zbieżności szeregu.
9. Kryteria zbieżności d'Alamberta, Cauchy'ego, Leibniza.

### **Granica funkcji, ciągłość funkcji**

1. Otoczenie, sąsiedztwo, punkt skupienia, punkt wewnętrzny, punkt izolowany, punkt brzegowy, zbiór otwarty, domknięty, ograniczony. Wnętrze i domknięcie zbioru.
2. Def. Heinego granicy funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie, funkcja ciągła.
3. Granice jednostronne i niewłaściwe funkcji.
4. Def. Cauchy'ego granicy funkcji.
5. Tw. o trzech funkcjach.
6. Asymptoty: pionowa, pozioma, skośna.
7. Ekstrema lokalne i globalne.

### **Różniczkowalność funkcji**

1. Pochodna funkcji w punkcie, funkcja pochodna. Interpretacja geometryczna pochodnej. Monotoniczność funkcji różniczkowalnej a znak pochodnej.
2. Wzór na pochodną iloczynu funkcji.
3. Wzór na pochodną funkcji złożonej.
4. Wzór na pochodną funkcji odwrotnej.
5. Wzór na pochodne podstawowych funkcji.
6. Reguła de L'Hospitala.
7. Warunek konieczny ekstremum lokalnego funkcji różniczkowalnej.
8. Warunek dostateczny ekstremum lokalnego funkcji różniczkowalnej.
9. Druga pochodna, wypukłość, wklęsłość, punkt przegięcia.