

Lista tematów na egzamin dla osób z II roku na wpisie warunkowym

UWAGA: W odpowiedzi należy podać stosowne **definicje i przykłady**, oraz wykazać się zrozumieniem tematu.

1. Relacje, funkcje, przestrzenie metryczne

1. Relacja, własności różnych relacji (zwrotność, przeciwzwrotność, symetryczność, antysymetryczność, przechodniość).
2. Relacja równoważności. Klasy abstrakcji.
3. Relacja porządku, relacja porządku ścisłego.
4. Funkcja, dziedzina, przeciwdziedzina, surjekcja, injekcja, bijekcja, parzystość, nieparzystość, okresowość.
5. Funkcja odwrotna. Funkcje cyklotometryczne jako przykład. Gałąź funkcji odwrotnej.
6. Metryka, metryka euklidesowa, miejska, dyskretna. Przestrzeń metryczna. Kule.

2. Ciągi i szeregi

1. Ciąg liczbowy, zbieżność, granica ciągu.
2. Tw. o granicach ciągu (sumy itd.). Tw. o zachowaniu relacji \leq w granicy.
3. Ciąg monotoniczny. Tw. o ciągu monotonicznym i ograniczonym.
4. Tw. o trzech ciągach.
5. Definicja ciągowa liczby e .
6. Funkcja wykładnicza i logarytm.
7. Suma częściowa ciągu, szereg. Warunek konieczny zbieżności szeregu, zbieżność bezwzględna i warunkowa.
8. Szeregi: geometryczny, harmoniczny, anharmoniczny.
9. Kryterium porównawcze zbieżności szeregu.
10. Kryteria d'Alamberta i Cauchy'ego zbieżności szeregu.
11. Szereg znakozmienny i kryterium Leibniza.

3. Ciągłość i różniczkowalność funkcji

1. Otoczenie, sąsiedztwo, punkt skupienia, punkt wewnętrzny, punkt izolowany, punkt brzegowy, zbiór otwarty, domknięty, ograniczony. Wnętrze i domknięcie zbioru.
2. Def. Heinego granicy funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie, funkcja ciągła.
3. Granice jednostronne i niewłaściwe funkcji.
4. Def. Cauchy'ego granicy funkcji.
5. Tw. o trzech funkcjach.
6. Asymptoty: pozioma, pionowa, ukośna.
7. Pochodna funkcji w punkcie, funkcja pochodna. Interpretacja geometryczna pochodnej. Monotoniczność a znak pochodnej.
8. Pochodna iloczynu funkcji.
9. Pochodna funkcji złożonej.
10. Pochodną funkcji odwrotnej.
11. Pochodne wyższych rzędów, wzór Leibniza na n -tą pochodną iloczynu funkcji.
12. Warunek konieczny ekstremum lokalnego funkcji różniczkowalnej.
13. Tw. Taylora z resztą postaci Lagrange'a. Zastosowania.
14. Szereg Taylora, warunek dostateczny istnienia szeregu Taylora.
15. Postać szeregów Taylora dla funkcji wykładniczej i funkcji trygonometrycznych.
16. Funkcje hiperboliczne i ich własności.
17. Warunek dostateczny istnienia ekstremum lokalnego funkcji różniczkowalnej.
18. Wypukłość i wklęsłość funkcji dwukrotnie różniczkowalnej, punkty przegięcia.
19. Reguła de L'Hospitala.

4. Całka jednej zmiennej

1. Całka nieoznaczona i jej własności.
2. Całkowanie przez części.
3. Całkowanie przez podstawienie.
4. Całka Riemanna. Podstawowe tw. rachunku całkowego. Zastosowania całki Riemanna.
5. Pole i objętość bryły obrotowej.

6. Całki niewłaściwe.
7. Kryterium całkowe zbieżności szeregu.

5. Analiza funkcji wielu zmiennych

1. Pochodna cząstkowa.
2. Warunek konieczny ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych.
3. Warunek dostateczny ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych.
4. Krzywe stożkowe: elipsa, parabola, hiperbola.
5. Całka Riemanna wielowymiarowa.
6. Całka iterowana. Tw. Fubinięgo.
7. Zmiana zmiennych całkowania. Jakobian.
8. Zastosowania całek wielokrotnych.
9. Podstawowe układy współrzędnych: biegunowy, cylindryczny, sferyczny.

7. Równania różniczkowe zwyczajne

1. Równanie o zmiennych rozdzielonych.