

Lista tematów na egzamin ustny po drugim semestrze

UWAGA: W odpowiedzi należy podać w wyczerpujący sposób stosowne **definicje i przykłady**, oraz wykazać się zrozumieniem tematu. W punktach oznaczonych (W/D) należy dodatkowo przytoczyć **wyprowadzenie/dowód**.

I. Całka jednej zmiennej

1. Całka nieoznaczona i jej własności.
2. (D) Całkowanie przez części.
3. (W) Całkowanie przez podstawienie.
4. Całkowanie funkcji wymiernych, rozkład na ułamki proste.
5. Całkowanie funkcji niewymiernych.
6. Całka Riemanna. Całka górna i dolna.
7. Podstawowe tw. rachunku całkowego.
8. Zastosowania całki Riemanna.
9. (W) Pole i objętość bryły obrotowej.
10. Całki niewłaściwe.
11. (D) Kryterium całkowe zbieżności szeregu.
12. Tw. o granicy pod całką, całkowanie szeregu wyraz po wyrazie.
13. Tw. o różniczkowaniu całki po parametrze.
14. Całkowanie funkcji oscylujących.

II. Analiza funkcji wielu zmiennych

1. Przestrzeń wektorowa.
2. Norma. Przestrzeń wektorowa unormowana. Iloczyn skalarny.
3. Odwzorowanie liniowe.
4. Konwencja Einsteina o sumowaniu.
5. Pochodna cząstkowa, pochodne cząstkowe wyższych rzędów, pochodne mieszane.
6. Pochodna Frécheta funkcji $R^n \rightarrow R^k$.

7. Pochodna kierunkowa. Gradient.
8. Pochodna Fréchéta funkcji złożonej.
9. Operatory: laplasjan, dywergencja, rotacja.
10. Elementy rachunku tensorowego: delta Kroneckera, epsilon Levi-Civita.
11. Wzór Taylora dla wielu zmiennych.
12. (D) Warunek konieczny ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych.
13. Forma kwadratowa, kryteria określoności formy kwadratowej.
14. Warunek dostateczny ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych.
15. Punkt siodłowy.
16. Ekstrema globalne funkcji wielu zmiennych na zbiorze domkniętym i ograniczonym.
17. Funkcja uwikłana. Pochodna funkcji uwikłanej jednej zmiennej.
18. Ekstremum warunkowe. Metoda mnożników Lagrange'a.

III. Analiza wielowymiarowa c.d.

1. Homeomorfizm, k -wymiarowa powierzchnia. Powierzchnia gładka.
2. Krzywe stożkowe, ich własności i zastosowania.
3. (W) Krzywizna krzywej płaskiej.
4. Parametryzacja kanoniczna krzywej, długość krzywej.
5. Całka Riemanna wielowymiarowa, zastosowania całek wielokrotnych.
6. Całka iterowana. Tw. Fubini.
7. Całka wielowymiarowa po dowolnym obszarze.
8. Zmiana zmiennych całkowania. Jakobian.
9. Podstawowe układy współrzędnych: biegunowy, eliptyczny, cylindryczny, sferyczny.
10. Płaszczyzna styczna do powierzchni w danym punkcie, wektor normalny.
11. Orientacja bazy, powierzchnie orientowalne.
12. Całka krzywoliniowa zorientowana i niezorientowana.
13. (D) Tw. Greena.
14. Całka powierzchniowa niezorientowana.

15. Całka powierzchniowa zorientowana, strumień.
16. Tw. Gaussa.
17. Cyrkulacja, tw. Stokesa.

IV. Równania różniczkowe zwyczajne

1. Równanie o zmiennych rozdzielonych.
2. Sprowadzanie pewnych równań do postaci o zmiennych rozdzielonych przez podstawienie.
3. Równanie zupełne. Czynniki całkujące.
4. Równanie liniowe jednorodne i niejednorodne. Metoda uzmienniania stałej.
5. Układ równań różniczkowych. Tw. o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania.
6. Układ liniowy jednorodny. Wrońskian. Układ fundamentalny.
7. Układ liniowy niejednorodny.
8. Układ jednorodny o stałych współczynnikach. Równanie charakterystyczne.
9. (W) Oscylator harmoniczny.
10. (W) Rozpad promieniotwórczy.
11. (W) Równanie populacji.