

Mechanika kwantowa - zad. 6 (ostatnie) (2007/2008)

1 Metoda wariacyjna

1. Shankar, 16.1.2-3.

2 Rachunek zaburzeń niezależny od czasu

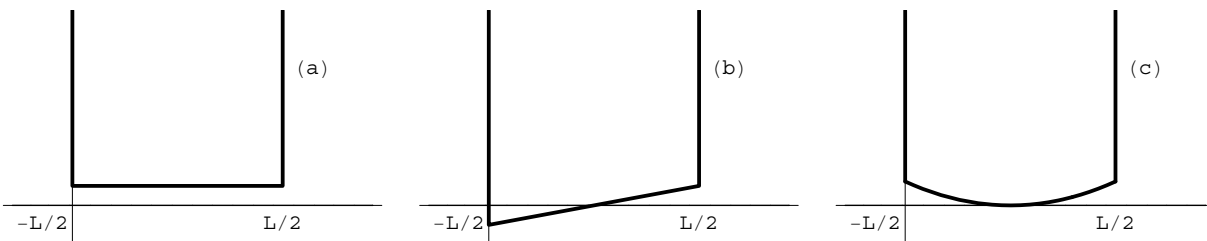
1. Rozważ cząstkę w jednowymiarowej nieskończonej prostokątnej studni potencjału zawartej między $-L/2$ a $L/2$ (patrz jeden z poprzednich zestawów).

- (a) Jak zmieni się energia poziomów w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń, jeśli zaburzymy układ tak, jak na rys. 1(a).
- (b) Powtórz dla rys. (b).
- (c) Powtórz dla stanu podstawowego dla sytuacji z rys. (c) (dolna część jest fragmentem paraboli)
- (d) Jak zmieni się funkcja falowa stanu podstawowego w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń dla sytuacji (a-c)? Dla rys. (c) podać wynik w postaci szeregu. Wskazówka: korzystaj z parzystości!

Użyteczne całki:

$$\int_{-L/2}^{L/2} \cos(\pi x/L) \sin(n\pi x/L) x^2 dx = \frac{L^2(-1)^n}{\pi(n^2 - 1)}, \quad n = 2, 4, 6, \dots$$

$$\int_{-L/2}^{L/2} \cos(\pi x/L) \cos(n\pi x/L) x^2 dx = \frac{4L^3 n(-1)^{n+1}}{\pi^2(n^2 - 1)^2}, \quad n = 1, 3, 5, \dots$$



Rysunek 1:

2. Rozważ zdegenerowany układ dwupoziomowy o Hamiltonianie niezaburzonym postaci

$$H_0 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

w bazie stanów $|1\rangle$ i $|2\rangle$. Zaburzenie H_1 jest takie, że $\langle 1|H_1|2\rangle = b$.

- (a) Znajdź energie oraz stany własne Hamiltonianu $H_0 + H_1$. Który stan jest stanem podstawowym? Narysuj schematycznie diagram rozszczepienia poziomów.

3 Rachunek zaburzeń zależny od czasu

1. Rozważ ponownie sytuację prostokątnej studni potencjału z zadania 1 i cząstki będącej w jej stanie podstawowym.
- (a) W chwili $t = 0$ włączono natychmiastowo zaburzenie $H_1 = A\delta(x)$. Jaka jest funkcja falowa układu dla $t > 0$ w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń? (Wykorzystaj wzór (18.2.9) z Shankara.)
- (b) Powtórz dla włączenia adiabatycznego.
- (c) Powtórz dla potencjału $H_1 = A \cos(\omega t)\delta(x)$.
2. Powróć do zadania 2. Niech w chwili $t = 0$ układ będzie w stanie $|1\rangle$. Jak przebiega jego ewolucja pod wpływem pełnego Hamiltonianu? Przedyskutuj odpowiedź?
3. Shankar, zad. 18.2.6.