

1a	1b	1c	3a	3b	3c	3d	3e	4a	4b	4c	4d	5a	5b	5c	6a	6b	6c	7	8	9
1	5	1	2	2	1	3	3	4	1	5	1	2	3	1	3	2	2	10	10	10

Łącznie: .../42+30, ocena: ...

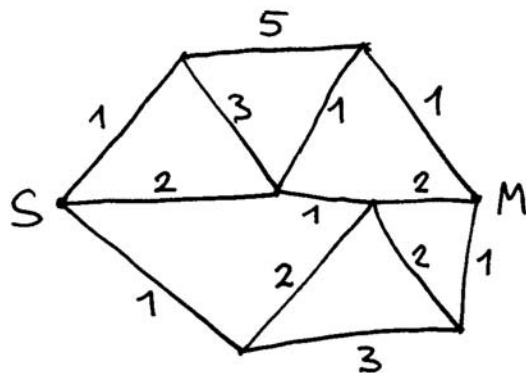
Ocena dostateczna: **min. 21 pkt. w części zadaniowej.** Część teoretyczna ma wpływ na ocenę końcową, ale nie decyduje o zdaniu egzaminu. Obecności na wykładach oraz ocena z ćwiczeń mają wpływ na ocenę końcową, ale nie decyduje o zdaniu egzaminu.

Część zadaniowa

- Dany jest ciąg rekurencyjny $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ z warunkami początkowymi $a_0 = 1$, $a_1 = 0$.
 - (1 pkt) Wypisz pięć pierwszych wyrazów tego ciągu.
 - (5 pkt) Przy pomocy dowolnej metody (np. równania charakterystycznego) znajdź wzór na wyraz ogólny ciągu (tj. rozwiąż rekurencję), spełniający warunki początkowe.
 - (1 pkt) Sprawdź uzyskany wzór dla przypadku $n = 2$.
- Graf G (nieskierowany) zadany jest przez listy incydencji

$$L = \left(\begin{array}{c|c} A & BCF \\ B & AC \\ C & ABD \\ D & CEFF \\ E & DF \\ F & DDEA \end{array} \right)$$

- (2 pkt) Narysuj graf G . Dla wygody egzaminatora rozmieść wierzchołki grafu w wierzchołkach sześciokąta foremnego, umieszczając wierzchołek A po lewej stronie, oraz pozostałe cyklicznie zgodnie ze wskazówkami zegara.
 - (2 pkt) Napisz macierz sąsiedztwa dla grafu G .
 - (1 pkt) Określ stopień każdego wierzchołka.
 - (3 pkt) Czy G jest eulerowski lub półeulerowski? Odpowiedź uzasadnij. Jeśli tak, to podaj cykl lub drogę Eulera jako ciąg wierzchołków.
 - (3 pkt) Czy G jest hamiltonowski lub półhamiltonowski? Jeśli tak, to podaj cykl lub drogę Hamiltona jako ciąg wierzchołków.
- Rozważ graf G z wagami przedstawiony na poniższym rysunku.



- (a) (4 pkt) Stosując dowolny algorytm znajdź minimalne drzewo spinające grafu G . Podaj nazwę algorytmu i opisz jego kolejne kroki (samo podanie rozwiązania - 1 pkt).
- (b) (1 pkt) Czy minimalne drzewo spinające dane jest jednoznacznie?
- (c) (5 pkt) Stosując algorytm Dijkstry znajdź najkrótszą drogę od wierzchołka S do wierzchołka M . Opisz kolejne kroki algorytmu (samo podanie rozwiązania - 1 pkt).
- (d) (1 pkt) Jaka jest waga znalezionej najkrótszej drogi?
4. Rozważ graniastosłup o podstawie trójkąta.
- (a) (2 pkt) Narysuj odpowiadający jego wierzchołkom i krawędziom graf (mapę) na płaszczyźnie w taki sposób, aby krawędzie się nie przecinały. Wskazówka: można sobie wyobrazić, że patrzymy na graniastosłup z góry i deformujemy/rozciągamy podstawę tak, aby widzieć jednocześnie wszystkie krawędzie.
- (b) (3 pkt) Ile najmniej kolorów potrzeba do pokolorowania ścian graniastosłupa tak, aby ściany o wspólnej krawędzi miały różny kolor? (Nie zapomnij o podstawie, reprezentowanej w narysowanej mapie jako obszar zewnętrzny).
- (c) (1 pkt) Podaj przykład pokolorowania z części (b), kolorując mapę z części (a) zadania (zrób nowy rysunek). Oznacz kolory jako 1, 2, ... (nie zapomnij o pokolorowaniu ściany reprezentowanej przez obszar zewnętrzny).
5. Dane jest wyrażenie w postaci notacji polskiej: $+ * 52 + 2 * 13$.
- (a) (3 pkt) Narysuj odpowiadające mu drzewo z wyróżnionym korzeniem.
- (b) (2 pkt) Napisz wyrażenie w postaci infiksowej.
- (c) (2 pkt) Napisz wyrażenie w postaci postfiksowej.

Część teoretyczna

Proszę odpowiadać zwięźle, ale wyczerpująco, podając wzory, przykłady, itd.

6. (10 pkt.) Co to jest ciąg Fibonacciego, jak się z nim wiąże złoty podział?
7. (10 pkt.) Podaj tw. Kuratowskiego o grafach planarnych.
8. (10 pkt.) Podaj zasadę szufladkową Dirichleta.