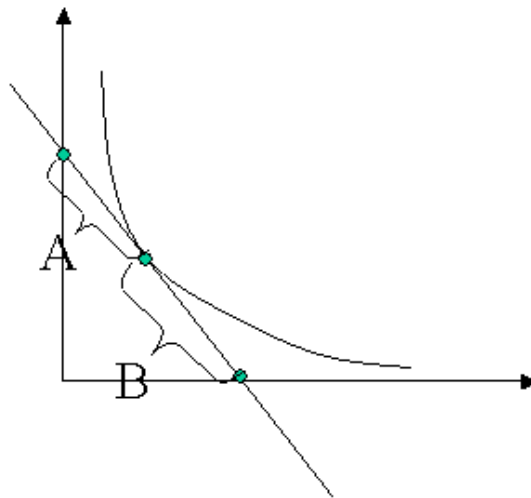


Część zadaniowa

1	2	3	4	5	6
5	5	8	6	8	8

Łącznie: ... 40, ocena: ...

- (5 pkt.) Obliczyć $\iint_D x\sqrt{x^2+y^2}dxdy$ na obszarze $D = \{(x, y) : x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge \sqrt{x^2+y^2} \leq R\}$. Wskazówka: wprowadzić współrzędne biegunowe.
- (5 pkt.) Obliczyć $\int_K (x^2 - y^2)dx + (x^2 + y^2)dy$, gdzie K jest krzywą o równaniu $y = 1 - |1 - x|$ dla $0 \leq x \leq 2$, skierowaną zgodnie ze wzrostem x .
- (8 pkt.) Znaleźć krzywe, w których odcinek stycznej zawarty między osiami współrzędnych, jest podzielony na połowy w punkcie styczności (rws. 1. $A=B$). Samo napisanie odpowiedniego równania różniczkowego - [6 na 8 pkt.].



Rysunek 1:

- (6 pkt.) Rozwiązać równanie różniczkowe $-\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 2y = e^x$.
- (8 pkt.) Rozwiązać układ równań różniczkowych

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{dy}{dt} = x + 2y \\ \frac{1}{3} \frac{dx}{dt} = x + y - e^t \end{cases}$$

- (8 pkt.) Rozwiązać równanie dyfuzji / przewodnictwa cieplnego

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2}$$

Warunki brzegowe: $u(t, 0) = 0, u(t, 1) = 0$. Warunek początkowy: $u(0, x) = g(x)$, gdzie $g(0) = g(1) = 0$. Można podać rozwiązanie formalne w postaci szeregu.

Część teoretyczna (każdy temat: 8 pkt.)

- Całka iterowana. Tw. Fubinięgo.
- Równanie różniczkowe zupełne, czynnik całkujący.
- Metoda separacji zmiennych.