

Zestaw 2 - Równania różniczkowe zwyczajne

- Rozwiąż dowolne 4 zadania z następującego zestawu p. dr. Kościka:

Zad (na rozgrzewkę) Całkując równanie Newtona wyznaczyć wzór na prędkość i drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym $a = \text{const}$ $V(0) = V_o, S(0) = S_o$.

Zad

a) Wyznacz czas po jakim stado 100 królików podwoi się, jeżeli wskaźnik wzrostu k jest równy $3 * 10^{-6} s^{-1}$

b) Kultura bakterii rozwija się według wykładniczego prawa wzrostu, tak że po jednym dniu osiąga 1.1 stanu wyjściowego. Po jakim czasie populacja podwoi się?

c) Rozwiązać równanie logistyczne $\frac{dN}{dt} = N(4-N)$. Wyznaczyć chwilę t , w której $N(t) = 3$, jeżeli wiadomo, że $N(0)=2$. Naszkicować krzywą całkową

Zad Wyznaczyć równanie ruchu cząstki pod działaniem siły oporu proporcjonalnej do prędkości $m\frac{dV}{dt} = -\gamma V, V(0) = V_o, x(0) = x_o$ (metoda rozdzielania zmiennych). Przeprowadzić graficzną dyskusję rozwiązania.

Zad Wyznaczyć równanie ruchu dla zagadnienia spadania z tarcie (zagadnienie skoczka) $m\frac{dV}{dt} = -\gamma V + mg, V(0) = V_o, x(0) = x_o$. Przeprowadzić graficzną dyskusję rozwiązania.

Zad Rozważ rzut ukośny ciała w polu grawitacyjnym z siłą oporu proporcjonalną do prędkości. Znajdź wektor prędkości i położenia ciała.

Zad Rozwiązać równanie Newtona dla oscylatora harmonicznego tłumionego $m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt}$. Rozważyć wszystkie możliwe przypadki ruchu. (równanie różniczkowe liniowe rzędu drugiego o stałych współczynnikach)

Zad Niech będzie układ elektryczny, w którym znajdują się: naładowany do napięcia u_0 kondensator o pojemności C , cewka o indukcyjności L oraz oporność R . W chwili t zamykamy obwód, na skutek czego kondensator zacznie się rozładowywać. Znaleźć zależność napięcia na kondensatorze od czasu (równanie różniczkowe liniowe rzędu drugiego o stałych współczynnikach)

Zad Rozważ ruch cząstki o masie m i ładunku całkowitym q w stałym polu magnetycznym $\vec{B} = \vec{e}_x B$ ($\vec{F} = q\vec{V} \times \vec{B}$), $\vec{r}(0) = \vec{e}_x x_o + \vec{e}_y y_o + \vec{e}_z z_o$ $\vec{V}(0) = \vec{e}_x V_{ox} + \vec{e}_y V_{oy}$. Po jakim torze porusza się cząstka dyskusje przeprowadz bezpośrednim rachunkiem.

Zad Znaleźć równania ruchu cząstki o masie m i ładunku q poruszającej się w stałym jednorodnym polu magnetycznym, w ośrodku, w którym na każde ciało działa siła oporu proporcjonalna do prędkości. Przyjąć $\vec{B} = (0, 0, B), \vec{V}_o = (V_o, 0, 0) r_o = (x_o, y_o, 0)$.

Zad Niech będzie układ elektryczny zawierający rozładowany kondensator o pojemności C , indukcyjność L , oporność R oraz źródło siły elektromotorycznej $e(t) = \text{Sin}\omega t$. Po

zamknięciu wyłącznika w chwili $t = 0$ w obwodzie płynie prąd $i(t)$, a na okładkach kondensatora pojawi się napięcie $u_c(t)$. Znaleźć zależność tego napięcia od czasu.

WSKAZÓWKA:Skorzystać z prawa Kirchhoffa o bilansie napięć i sił elektromotorycznych w obwodzie zamkniętym. (równanie liniowe niejednorodne rzędu drugiego o stałych współczynnikach)

- Skrypt Nieboba, Niedoba: s.13 z.10, s.19 z.7 lub 8, s.23 z.5 lub 6, s.25, jedno z z.1-4, s.31, jedno z z.1-3, s.60, dwa z z.6-9 oraz jedno z z.10-12.