

THEORETIKUM ZUR MATHEMATIK FÜR BIOPHYSIKER SS 2012

Aufgabenblatt 1

Datum: 20/04/2012. Abgabe: 27/04/2012

Aufgabe 1: Grenzwerte und Ableitungen (10 Punkte = 1 + 1 + 2 + 2 + 4)

1. Beweisen Sie, dass die Ableitung von $f(x) = x^n$ lautet: $f'(x) = nx^{n-1}$.

2. Beweisen Sie, dass

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) . \quad (1)$$

3. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{\ln(1 + ax^2)}{x} . \quad (2)$$

Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

4. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $f(x) = \ln \left(1 + e^{-\sqrt{x^2 + a^2}} \right)$, wobei a eine reelle Zahl ist.

5. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $f(x) = e^{-1/x^2}$ und berechnen Sie den Limes $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$.

Aufgabe 2: Funktion (8 Punkte = 4 + 2 + 2 + 2)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = xe^{-x^2} .$$

1. Führen Sie eine Kurvendiskussion dieser Funktion durch. (Definitionsbereich, Randuntersuchung, lokale Extrema, Graph skizzieren).

2. Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung dieser Funktion um den Punkt $x_0 = 0$ bis zur einschließlich Ordnung x^7 .

3. Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung dieser Funktion um den Punkt $x_0 = 1$ bis zur einschließlich Ordnung $(x - 1)^2$.

4. Berechnen Sie das unbestimmte Integral $\int dx xe^{-x^2}$ und die bestimmten Integrale $\int_{-1}^1 dx xe^{-x^2}$ und $\int_0^1 dx xe^{-x^2}$. Zur Erinnerung: (i) Unbestimmtes Integral: $\int dx f(x) = F(x) + \text{const}$, wobei $\frac{dF(x)}{dx} = F'(x) = f(x)$; (ii) Bestimmtes Integral: $\int_a^b dx f(x) = F(b) - F(a)$.