THEORETIKUM ZUR ELEKTRODYNAMIK WS 10/11

Aufgabenblatt 10 **28.1.2011**

Aufgabe 1: Beweis (9 Punkte)

Beweisen Sie die Relation

$$
\begin{aligned}
\Phi(\vec{r}) &= \frac{1}{\epsilon_0}\left\{\frac{q_{00}}{r}\,Y_{00}(\vartheta,\varphi) + \frac{1}{3\,r^2}\left[q_{11}\,Y_{11}(\vartheta,\varphi) + q_{10}\,Y_{10}(\vartheta,\varphi) + q_{11}^*\,Y_{11}^*(\vartheta,\varphi)\right]\right. \\
&+ \frac{1}{5\,r^3}\left[q_{22}\,Y_{22}(\vartheta,\varphi) + q_{21}\,Y_{21}(\vartheta,\varphi) + q_{20}\,Y_{20}(\vartheta,\varphi) + q_{21}^*\,Y_{21}^*(\vartheta,\varphi) + q_{22}^*\,Y_{22}^*(\vartheta,\varphi)\right] \\
&\left. + O(r^{-4})\right\} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r} + \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{3} Q_{ij}\,\frac{x^i\,x^j}{r^5} + \ldots\right) \qquad (1)
\end{aligned}
$$

durch Einsetzen der Relation zwischen sphärischen und kartesischen Multipolmomenten, wie in der Vorlesung besprochen.

Aufgabe 2: Hexagon (11 Punkte = 2 + 1 + 2 + 3 + 3)

Gegeben seien sechs Punktladungen: eine Ladung $-q < 0$ im Punkt $(d, 0, 0)$, $d > 0$, eine Ladung $-q$ in $(d/2, a, 0)$, eine Ladung $-q$ in $(-d/2, a, 0)$, eine Ladung q in $(-d, 0, 0)$, eine Ladung q in $(-d/2, -a, 0)$, und eine Ladung q in $(d/2, -a, 0)$. Sei $d > 0$ und $a > 0$.

1. Bestimmen Sie a so, dass die Ladungen ein gleichseitiges Sechseck bilden. Zeichnen Sie die Verteilung der Ladungen.
2. Wie lautet der Monopol-Beitrag in der Multipol-Entwicklung?
3. Wie lautet der Dipol-Beitrag?
4. Wie lautet der Quadrupol-Beitrag zum Potential für $\vec{r} = (0, y, 0)$, $y \gg d$?
5. Gegeben sei das elektrische Feld $\vec{E} = (E_0, 0, 0)$, wobei $E_0 > 0$. Wie lautet die potentielle Energie des Systems?

Aufgabe 3: Band (10 Punkte = 4 + 3 + 3)

Gegeben sei ein leitendes Band, das sehr dünn und lang ist. Die Breite des Bandes ist b. Die Achse des Bandes stimmt mit der z-Achse überein, und das Band liegt in der zy-Ebene. Entlang dem Band und in positive z-Richtung fließt der elektrische Strom I, der homogen auf der gesamten Breite des Bands verteilt ist.

1. Berechnen Sie das magnetische Feld $\vec{B}(\vec{r})$ für $\vec{r} = (0, y, 0)$, $|y| > b/2$.
2. Berechnen Sie das magnetische Feld $\vec{B}(\vec{r})$ für $\vec{r} = (x, 0, 0)$.
3. Gegeben sei die Kurve C, die das Band einschließt. Wie lautet die Zirkulation des Feldes $\vec{B}$ entlang dieser Kurve?